LES VECTEURS - COURS

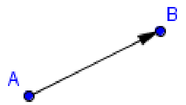
Les vecteurs :

$\overrightarrow{AB}$: c'est la translation qui transforme le point A en point B (c'est un déplacement)

Un vecteur peut également se noter avec une lettre minuscule $\vec{u}$, c'est un représentant de la translation $\overrightarrow{AB}$

Un vecteur est caractérisé par :

- son sens (ici de A vers B) indiqué par la flèche
- sa direction indiquée par la droite (AB)
- sa norme indiquée par la longueur $AB = \|\overrightarrow{AB}\| = \|\vec{u}\|$

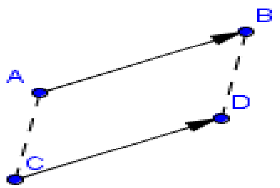


Le **vecteur nul $\vec{0}$** est un vecteur qui correspond à une absence de déplacement. On peut également le noter $\overrightarrow{AA}$

Vecteurs égaux : $\vec{u} = \vec{v}$

Deux vecteurs sont égaux ssi ils ont même direction, même sens et même norme.

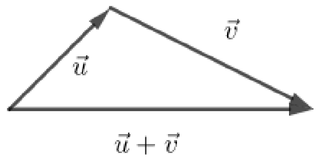
Propriété : Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ alors ABDC est un parallélogramme :



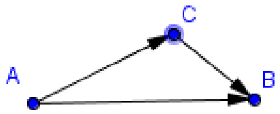
Vecteurs opposés : $\vec{u}$ et $-\vec{u}$ sont des vecteurs opposés (même direction, même norme mais sens opposés). L'opposé du vecteur $\overrightarrow{AB}$ est $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$

Somme de deux vecteurs :

Enchaînement de deux translations $\vec{u} + \vec{v}$



Relation de Chasles : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$



Produit par un réel d'un vecteur :

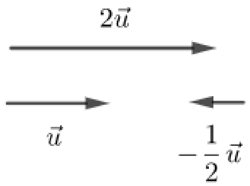
$k \times \vec{u}$ (k réel)

Propriétés du vecteur :

Direction : la même que $\vec{u}$

Sens : Si $k > 0$ même que $\vec{u}$ Si $k < 0$ de sens contraire

Norme : $\|k \times \vec{u}\| = |k| \times \|\vec{u}\|$



Propriétés algébriques :

Commutativité : $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$

Associativité : $\vec{u} + (\vec{v} + \vec{w}) = (\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w}$

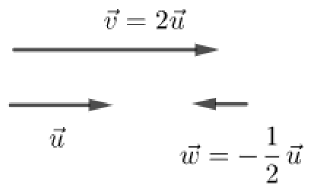
Distributivité : $k \times (\vec{v} + \vec{w}) = k \times \vec{v} + k \times \vec{w}$

$(k + k') \times \vec{v} = k \times \vec{v} + k' \times \vec{v}$

Produit nul : $k \times \vec{v} = 0 \leftrightarrow k = 0$ ou $\vec{v} = \vec{0}$

Colinéarité :

$\vec{u}$et $\vec{v}$sont colinéaires si et seulement si $\vec{u} = k \times \vec{v}$ avec k un réel.
Les vecteurs ont la même direction.



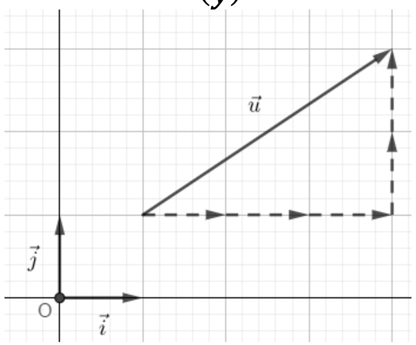
$\vec{u}$; $\vec{v}$ et $\vec{w}$ sont colinéaires (même direction)

Conséquences de la colinéarité :

Parallélisme : $\overrightarrow{AB}$et $\overrightarrow{CD}$ colinéaires signifie que (AB) et (CD) sont parallèles.
Alignement : $\overrightarrow{AB}$et $\overrightarrow{AD}$ colinéaires signifie que A, B et D sont alignés
I milieu de [AB] **:** $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

Coordonnées d'un vecteur : x ; y ; x' ; y' ; k sont des réels
On définit un repère avec une origine O et deux vecteurs non-colinéaires $\vec{\imath}$, pour l'abscisse et $\vec{\jmath}$, pour l'ordonnée pour un plan donné.
$\|\vec{\imath}\| = 1$ et $\|\vec{\jmath}\| = 1$ et les vecteurs sont orthogonaux (perpendiculaires) si le repère est orthonormé. Le repère est défini par (O, $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$)
On décompose le « déplacement » $\vec{u}$ en somme de déplacements $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$
On obtient alors $\boldsymbol{\vec{u} = x \times \vec{\imath} + y \times \vec{\jmath}}$ soit un vecteur de coordonnées :

$$\boldsymbol{\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}}$$

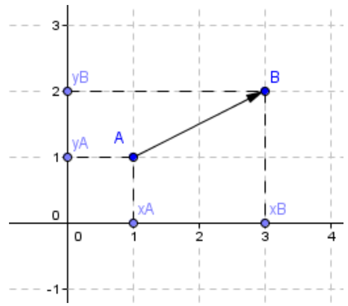


Coordonnées d'un point : $A(x_A; y_A) \leftrightarrow \overrightarrow{OA} = x_A \times \vec{\imath} + y_A \times \vec{\jmath}$

Norme d'un vecteur : $\|\boldsymbol{\vec{u}}\| = \sqrt{\boldsymbol{x^2 + y^2}}$

Coordonnées d'un vecteur défini par deux points :

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$



Soient les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$

Vecteur nul : $\vec{0}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Vecteurs égaux : $\vec{u} = \vec{v} \leftrightarrow$ x = x' et y = y'

Vecteurs opposés : $\vec{u} = -\vec{v} \leftrightarrow$ x = -x' et y = -y'

Somme de deux vecteurs : $\vec{u} + \vec{v}\begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$

Produit par un réel d'un vecteur : $k \times \vec{u}\begin{pmatrix} k \times x \\ k \times y \end{pmatrix}$

Déterminant : $\det(\vec{u} ; \vec{v}) = x \times y' - x' \times y$

Colinéarité de deux vecteurs : $\vec{u}$et $\vec{v}$sont colinéaires$\leftrightarrow \det(\vec{u} ; \vec{v}) = 0$

I milieu de [AB] : $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} \leftrightarrow x_I = \frac{x_A + x_B}{2}$ et $y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$

Démonstration : Deux vecteurs sont colinéaires si et seulement si leur déterminant est nul.

Méthodes (exercices) :

	Hachette	**Hatier**	**Mes exos**	**Sesamaths**	**Mathx**
A) Identifier des relations entre vecteurs	14-15		Ex. 1	93-95	11-17
B) Construire des vecteurs (somme, produit par un réel)	20	24,31-55	Ex.2	96-98	21-27,30-31,36-38,43,63-64,70-72
C) Placer un point définie par une égalité vectorielle	21-22,27-28,41,51,53	25,26,27	Ex. 3	97, 102	32-34,42
D) Simplifier une expression à l'aide de la relation de Chasles	23		Ex. 4	99-100,107	28-29
E) Lire les coordonnées d'un vecteur	30-31	29	Ex. 5	104	44-46
F) Calculer les coordonnées d'un vecteur	34,40,39		Ex. 6	104	47-50,58-62
G) Calculer une norme	36-38		Ex. 7	106	
H) Calculer un milieu			Ex. 8		
I) Montrer une égalité vectorielle	50, 54,72-73,79		Ex.9	105	35
J) Montrer une colinéarité (parallélisme/	**11,12,15-17,53,55,56**	28,30,56-77,	Ex. 10	101	**17-40**

Exercices de synthèse :

	Hachette	**Hatier**	**Mes exos**	**Sesamaths**	**Mathx**
Problème	58-69,85,87,92,94,96,**80,88,87**	80-103	Ex.11-12	103,109	73-75,**73**
QCM	84		Ex 13(photo)		
Vrai/faux	83,97		Ex.14 (photo)		68
Approfondissement	82				**66**

Hachette : chap 7, **chap 8**
mathx : chap 11, **chap 13**