METHODES A CONNAITRE – CONFIGURATIONS DU PLAN

Problème A : Nature du triangle ABC ?

Questions-types :- Quelle est la nature du triangle ABC

Procédure :

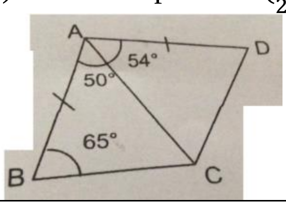
Triangle ABC isocèle en A :
- Montrer que AB = AC
- Montrer que $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ (dans un triangle la somme des angles fait 180°)

Triangle ABC rectangle en A :
- Prouver que (BA) est perpendiculaire à (AC) (dans un triangle la somme des angles fait 180°)

Triangle ABC équilatéral :
- Prouver que AB = AC = BC
- Prouver que $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC} = 60°$ (dans un triangle la somme des angles fait 180°)

Exemples : 1) Quelle est la nature du triangle ABC tel que AB = 3 ; BC = 4 et AC = 5
1) Quelle est la nature du triangle ABC tel que A(6 ; 2) ; B(8 ; 2) et C(7 ; 4)

A vous de jouer : 1)Quelle est la nature du triangle ABC ? Du triangle ACD ?
2) Soient les points $E(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2})$ O(0 ; 0) et F(1 ;0) Quelle est la nature du triangle EOF ?



Problème B : Nature d'un quadrilatère

Questions-types : - Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

Procédure :

Parallélogramme ABCD :
- Montrer que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
- Montrer que AB = CD et (AB)$\parallel$(CD) ou AB = CD et BC = DA etc…
- Angles opposés égaux. (Dans un quadrilatère, la somme des angles fait 360°)
- Montrer que les diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu (formule du milieu avec les coordonnées si les coordonnées sont les mêmes alors même milieu).

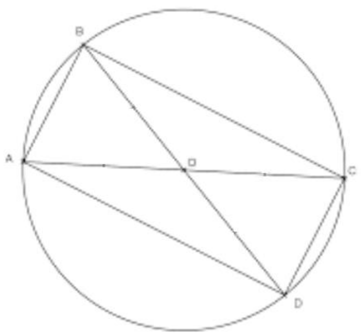
Rectangle ABCD :
Les propriétés du parallélogramme avec en plus :
- Un angle droit
- Les diagonales sont de même longueur AC = BD

Losange ABCD :
Les propriétés du parallélogramme avec en plus :
- Deux cotés consécutifs égaux AB = BC
- Les diagonales sont perpendiculaires (AC) $\perp$(BD)

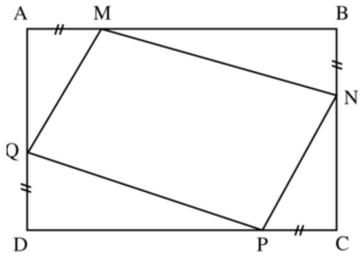
Carré ABCD :
Les propriétés du losange et du rectangle

Trapèze ABCD : Avec les côtés (AB) et (CD) parallèles
- Prouver que (AB)$\parallel$(CD)

Exemples : 1) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD avec A(2 ; 2) ; B(5 ; 1) ; C(4 ; 3) et D(1 ; 4)
2)Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ci-dessous ?



A vous de jouer : 1) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD avec A(1 ; 3) ; B(4 ; 3) ; C(4 ; 5) et D(0 ; 5)
2) Dans la figure ci-dessous qu'elle est la nature du triangle MNPQ ?



Problème C : Identifier une droite remarquable

Questions-types : - Que peut on dire de la droite (AB) ?

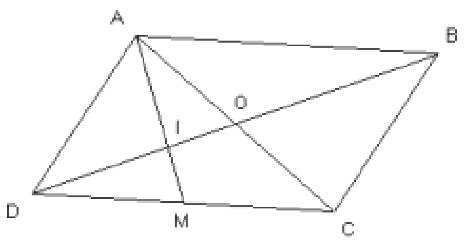
Procédure :

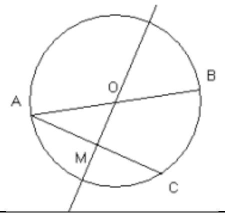
Médiatrice : (CD) médiatrice de [AB]
- Montrer que CA = CB et DA = DB
- Montrer que (CD) est perpendiculaire à [AB] et passe par son milieu I
- Utiliser les propriétés de symétrie/figures usuelles (cercles circonscrit, triangles isocèles…)

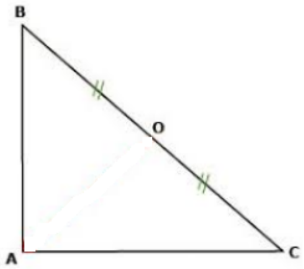
Médiane : (d) médiane issue de A dans le triangle ABC
- Montrer que (d) passe par A et par le milieu de [BC]
- Utiliser les propriétés de symétrie/figures usuelles (cercles circonscrit, triangles isocèles…)

Hauteur: (d) hauteur issue de A dans le triangle ABC
- Montrer que (d) est perpendiculaire à [BC]
- Utiliser les propriétés de symétrie/figures usuelles (cercles circonscrit, triangles isocèles…)

Exemples : 1) Montrer que (AD) est la hauteur issue de D dans le triangle DBC avec A(2 ; 3) ; B(1 ; 3) ; C(5 ; 3) et D(2 ; 5)
2) Dans la figure ci-dessous, ABCD est un parallélogramme. Que peut-on dire de la droite (OD) dans le triangle ACD ?



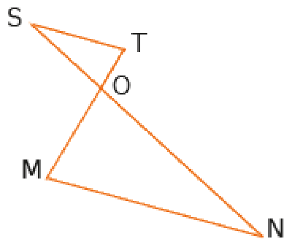
<u>A vous de jouer :</u> 1) Montrer que (AD) est la médiane issue de D dans le triangle DBC avec A(3 ; 3) ; B(1 ; 3) ; C(5 ; 3) et D(2 ; 5) 2) Dans la figure ci-dessous, que peut-on dire de la droite (OC) dans le triangle ABC ? de la droite (OM) ? 

Problème D : Un point appartient à un cercle ?
<u>Questions-types :</u> *Simplifier l'expressions suivante :*
<u>Procédure :</u> Un point A appartient à un cercle de centre O et de rayon R : - Montrer que AO = R - Démontrer l'existence d'un cercle circonscrit, théorème du cercle circonscrit , cercle inscrit…
<u>Exemples :</u> 1) Montrer que A est un point du cercle $\mathcal{C}$ de diamètre [BC] avec A(3 ; 1) ; B(1 ; 3) ; C(5 ; 3) 2) Montrer que les points ABC appartiennent à un même cercle de centre O 
<u>A vous de jouer :</u> 1) Montrer que A est un point du cercle $\mathcal{C}$ de centre O(0 ;0) et de rayon 5 avec A(3 ; 4)

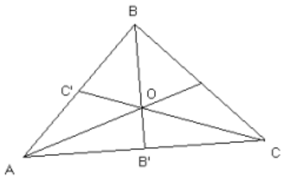
Problème E : Parallélisme
<u>Questions-types :</u> *- Prouver que (AB) et (CD) sont parallèles* - *Montrer que A, B et C sont alignés*
<u>Procédure :</u> <u>Pour le parallélisme :</u> - Utiliser la réciproque du théorème de Thalès (connaitre 4 longueurs, configuration en triangle ou sablier) - Utiliser des propriétés des figures usuelles (parallélogramme par exemple) - Montrer que (AB) et (CD) sont perpendiculaires à une même troisième droite - Montrer que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires - Calculer un angle de 180° et 0° <u>Pour l'alignement :</u> - Utiliser des propriétés des figures usuelles (parallélogramme par exemple, droites remarquables) - Montrer que (AB) et (CD) sont perpendiculaires à une même troisième droite - Montrer que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires
<u>Exemples :</u> 1) Montrer que (AC) est parallèle à (BD) avec A(6 ; 5) ; B(1 ; 3) ; C(5 ; 3) et D(2 ; 5)

Démontre que
les droites (MN) et (ST)
sont parallèles.

On donne OM = 2,8 cm ;
ON = 5,4 cm ;
OS = 2,7 cm
et OT = 1,4 cm.



A vous de jouer : B' est le milieu de [AC] et O appartient à (BB'). C' est le milieu de [AB].
Montrer que C, O et C' sont alignés



Problème F : Prouver que deux droites sont perpendiculaires

Questions-types : - Montrer que (AB) est perpendiculaire à (CD)

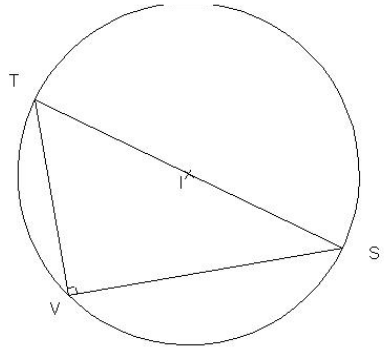
Procédure :

- Utiliser la réciproque du théorème de Pythagore (connaître trois longueurs)
- Utiliser des propriétés des figures usuelles (carré ou rectangle ou losange par exemple, médiatrice, hauteur)
- Utiliser le théorème du cercle circonscrit
- Calculer un angle de 90°

Exemples : 1) Montrer que (AB) est perpendiculaire à (DC) avec A(3 ; 5) ; B(1 ; 3) ; C(3 ; 3) et D(1 ; 5)

Deux droites (d_1) et (d_2) sont sécantes en O ;
M est un point de (d_1) tel que : OM = 11,9 cm
et N est un point de (d_2) tel que :
ON = 12 cm.
On sait d'autre part que : MN = 16,9 cm.
Démontre que les droites (d_1) et (d_2) sont perpendiculaires.

A vous de jouer : ST est un diamètre du cercle ci-dessous. Montrer que (TV) et (VS) sont perpendiculaires.



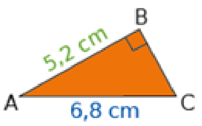
Problème G : Calculer des longueurs
Questions-types : *- Calculer la longueur AB*

Procédure :

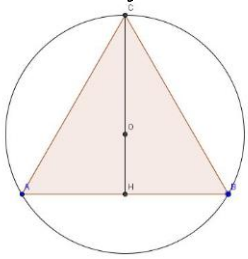
- Utiliser la formule de la longueur avec des coordonnées
- Utiliser le théorème de Pythagore (angle droit et deux longueurs)
- Utiliser le théorème de Thalès (parallélisme et 3 longueurs)
- Utiliser la trigonométrie (angle droit et une longueur et un angle)
- Al Kashi
- Utiliser des propriétés des figures usuelles (carré ou rectangle ou losange par exemple, médiatrice, hauteur)

Exemples : 1) Calculer la longueur $A(2;5)$ et $B(3;-4)$

c. Calcule BC. Donne la valeur approchée par excès au centième près.



A vous de jouer : Calculer OC sachant que OB = 2



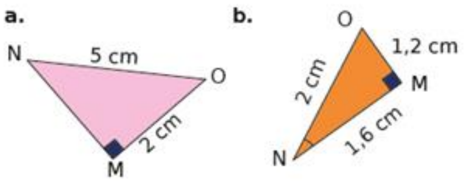
Problème H : Calculer des angles
Questions-types : *- Calculer l'angle $\widehat{ABC}$*

Procédure :

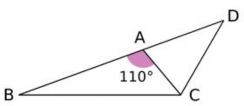
- Utiliser la trigonométrie (angle droit et une longueur et un angle)
- Al Kashi
- Utiliser des propriétés des figures usuelles (carré ou rectangle ou losange par exemple, médiatrice, hauteur, symétries, somme des angles dans un triangle, etc…)

Exemples :

Dans chaque cas, calcule la mesure de l'angle $\widehat{MNO}$; donne la valeur arrondie au degré.



A vous de jouer :



La figure ci-dessus est telle que :

- B, A et D sont des points alignés ;
- $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ACD}$ sont supplémentaires ;
- $\widehat{BAC}$ = 110°.

a. Montre, en justifiant, que les angles $\widehat{DAC}$ et $\widehat{ACD}$ sont égaux à 70°.

Problème I : Calculer des aires et des volumes

Questions-types : *Calculer l'aire du triangle ABC*

Procédure :

Calculs d'aires :

1) Pour un quadrilatère : $\mathcal{A} = Base \times hauteur$ (hors trapèze)
2) Pour un triangle : $\mathcal{A} = \frac{Base \times hauteur}{2}$

Calculs de volumes :

1) Pour un non-pointu : $\mathcal{V} = AireBase \times hauteur$ (hors sphère)
2) Pour un pointu : $\mathcal{V} = \frac{AireBase \times hauteur}{3}$

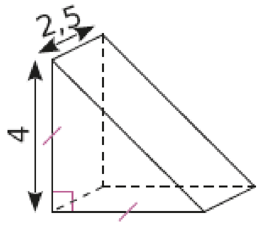
Exemples :

Le dessin ci-dessous représente un prisme droit dont la base est un triangle rectangle isocèle. (L'unité est le centimètre.)

a. Quelle est la hauteur de ce prisme ?

b. Calcule l'aire d'une base.

c. Calcule le volume du prisme.



Un récipient cylindrique de diamètre 5 cm et de hauteur 10 cm est rempli d'eau aux $\frac{5}{6}$ de sa hauteur.

Peut-on y plonger un cube d'arête 31 mm sans que l'eau ne déborde ? Explique ta réponse.