EXERCICES – CONFIGURATIONS DU PLAN

Exercice 1 (Nature d'un triangle ?)

Partie 1 :

Dans chacun des cas ci-dessous, indique si le triangle est rectangle. Justifie.

a. EF = 4,5 cm ; FG = 6 cm ; EG = 7,5 cm.

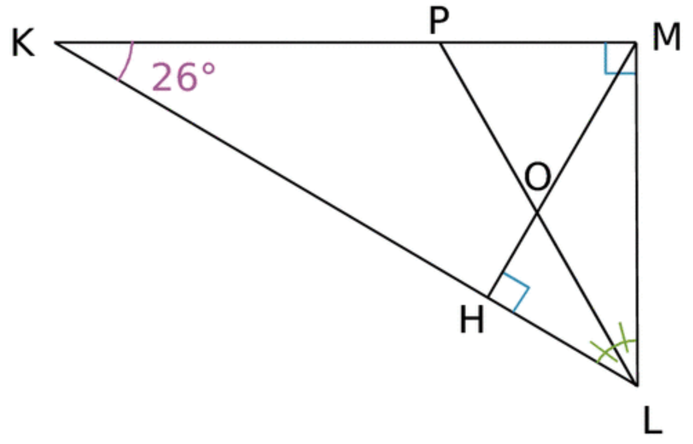
b. EF = 3,6 cm ; FG = 6 cm ; EG = 7 cm.

c. FG =64 mm ; EF = 72 mm ; EG = 65 mm.

d. EF = 320 dm ; FG = 25,6 m ; EG = 19,2 m.

Partie 2 :

Quelle est la nature du triangle POM ?



Partie 3 :

Dans un plan muni d'un repère $(O; I, J)$, on considère les points M, E et R de coordonnées respectives :

- $\left(-1; \frac{1}{3}\right)$
- $\left(0; -\frac{2}{3}\right)$
- $\left(\frac{2}{3}; 1\right)$

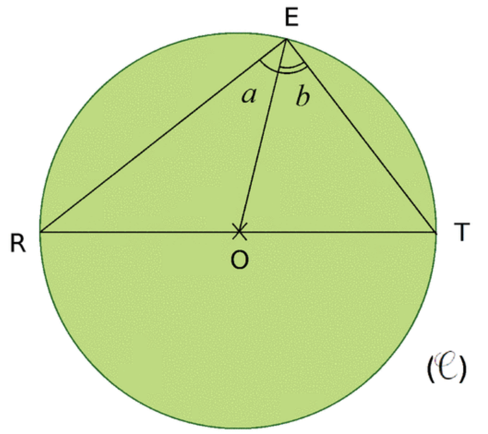
1) Faire une figure.

2) Calculer les longueurs des trois côtés de MER.

3) Quelle est la nature de ce triangle ?

Partie 4 :

Soit $(\mathscr{C})$ un cercle de centre O et de diamètre [RT] et E un point quelconque de $(\mathscr{C})$.



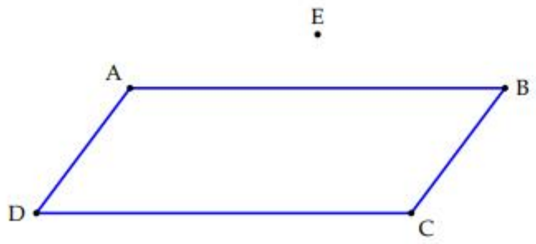
Quelle est la nature du triangle ERT ?

Exercice 2 (Nature d'un quadrilatère)

Partie 1

A, B, C, D, E et F sont 6 points tels que ABCD et AECF sont des parallélogrammes

1) Placer le point F



2) Démontrer que EBFD est un parallélogramme.

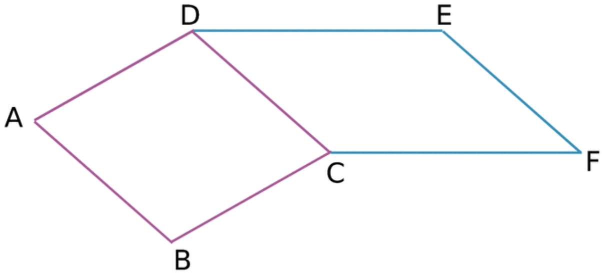
Partie 2 :

1) Soit un repère orthonormé (O, I, J). Soient les points A(2 ; 1), B(2 ; 3) ; C(6 ; 3) et D(6 ; 1)

Quelle est la nature de ABCD ? Justifier

2) Soit un repère orthonormé (O, I, J). Soient les points A(2 ; 1), B(2 ; 3) ; C(4 ; 3) et D(4 ; 1)
Quelle est la nature de ABCD ? Justifier
3) Soit un repère orthonormé (O, I, J). Soient les points A(2 ; 1), B(2 ; 3) et C(3 ; 2)
Déterminer les coordonnées de D afin que le quadrilatère ABCD soit un parallèlogramme.

Partie 3 :



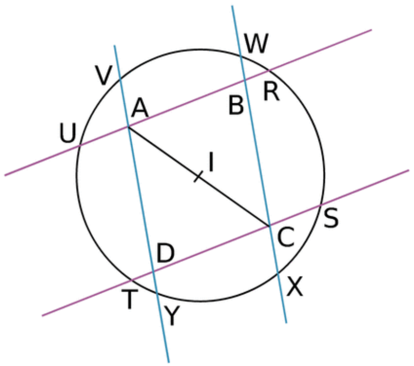
a. ABCD et CDEF sont deux parallélogrammes. Démontre que ABFE est un parallélogramme.

Partie 4 :

LOSA est un parallélogramme tel que :
LO = 58 mm ; LS = 80 mm et OA = 84 mm.
Démontre que LOSA est un losange.

Partie 5 :

ABCD est un parallélogramme de centre I.
Le cercle ($\mathscr{C}$) a pour centre I.



a. Démontre que RSTU est un rectangle.

b. Démontre que VWXY est un rectangle.

Partie 6 :

Soit ABC un triangle rectangle en A.

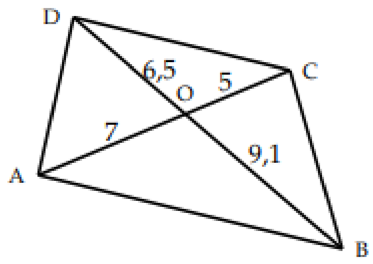
1) Construire les points D et E tels que :

- $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BA}$
- $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD}$

2) Quelle est la nature du quadrilatère $BCDE$? Justifier.

Partie 7 :

Dans la figure ci-dessous, ABCD est-il un trapèze ?

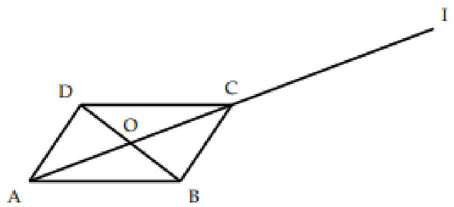


Exercice 3 (Droites remarquables)

Partie 1 :

Dans la configuration ci-contre, ABCD est un parallélogramme et C est le milieu de [AI]

1) Montrer que OC $= \frac{1}{3}$OI. Que peut-on en déduire ?
2) Pourquoi (BC) coupe [DI] en son milieu ?



Partie 2 :

Soient les points A(-4 ; 2) et B(-8 ; 6)
1) Placer ces points dans un repère orthonormé (O, I, J).
Soient le point G de coordonnées (-3 ;7) et le point H de coordonnées (-9 ;1)
2) Placer ces points dans le repère.
3) Le point G appartient il à la médiatrice du segment [AB] ? Et le point H ?

Exercice 4 (Les cercles)

Partie 1 :

Soit un repère orthonormé (O, I, J). Soient les points A(2 ; 1), B(2 ; 3) ; C(4 ; 3) et E(3 ; 2)

B appartient-il au cercle de centre E et de rayon EA ? Même question pour C

Partie 2 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

On désigne par $\mathscr{C}$ le cercle de centre $I(2;-1)$ et de rayon 5.

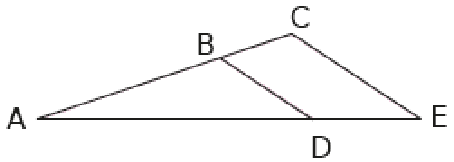
On donne les points $A(5;3)$, $B(-3;-2)$, $C\left(4;\dfrac{7}{2}\right)$ et $D\left(3;-1+2\sqrt{6}\right)$.

1) Calculer les longueurs IA, IB, IC, ID.
2) Quels sont les points qui appartiennent au cercle $\mathscr{C}$?

Exercice 5 (Parallélisme)

Partie 1

On donne les longueurs suivantes :
AB = 6,3 cm ; BC = 4,9 cm ; AE = 16 cm et DE = 7 cm.



Les droites (BD) et (CE) sont-elles parallèles ?
Justifie ta réponse.

Partie 2

Dans un repère orthogonal, placer les points :

- $A(-3;1)$
- $B(1;3)$
- $C(1,-4)$
- $D(7;-1)$

Les droites suivantes sont-elles parallèles ?

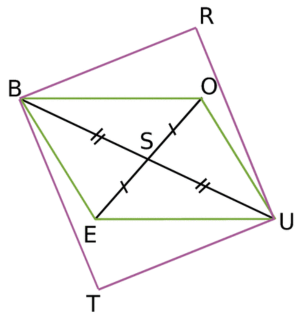
1) (AB) et (CD)
2) (AC) et (BD)

Dans un repère orthogonal, les points M, E et R ont pour coordonnées respectives :

- $\left(\dfrac{2}{3};-\dfrac{3}{8}\right)$
- $\left(\dfrac{5}{9};\dfrac{5}{2}\right)$
- $\left(-\dfrac{7}{6};\dfrac{7}{6}\right)$

Les points M, E et R sont-ils alignés ?
Si oui, quelle égalité vectorielle lie $\overrightarrow{ME}$ et $\overrightarrow{MR}$?

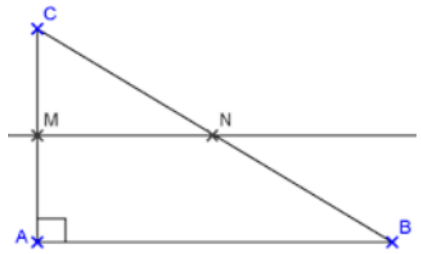
Partie 3



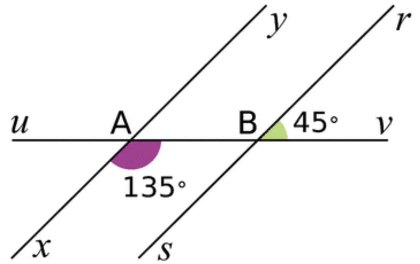
Les quadrilatères BOUE et BRUT sont des parallélogrammes.

Montrer que (TE) est parallèle à (RO)

Partie 4



Démontrer que (MN) est parallèle à (AB)



Les droites (xy) et (sr) sont-elles parallèles ?
Justifie ta réponse.

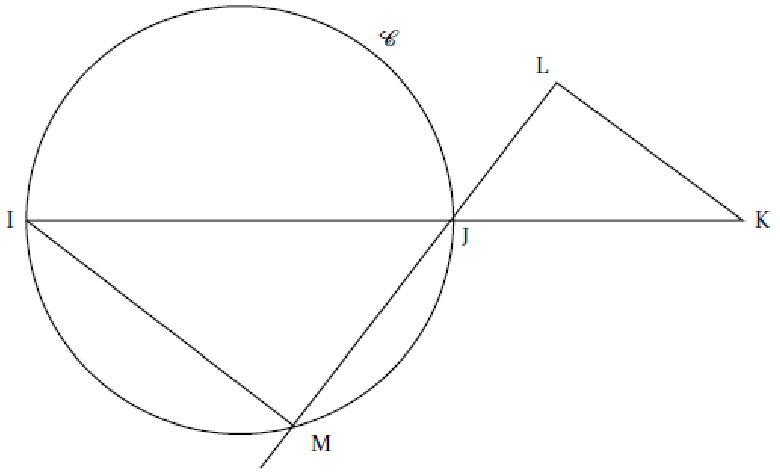
Exercice 6 (Orthogonalité)

Partie 1 :

Soit le triangle ALE tel que : AL = 13,1 cm ;
LE = 11,2 cm ; EA = 6,6 cm.
Construis ce triangle en vraie grandeur.
Est-il rectangle ? Justifie ta réponse.

Partie 2 :

JKL est un triangle tel que : JK = 6 cm ; JL = 3,6 cm et KL = 4,8 cm.
J est un point du segment [IK] et IJ = 9 cm.
$\mathscr{C}$ est le cercle de diamètre [IJ].
La droite (JL) coupe le cercle $\mathscr{C}$ en M



La figure n'est pas en vraie grandeur et il n'est pas demandé de la reproduire

1. Démontrer que le triangle JKL est rectangle.
2. Justifier que le triangle IJM est rectangle.
3. Déterminer la longueur JM.

Exercice 7 (Calculer des longueurs)

Partie 1 :

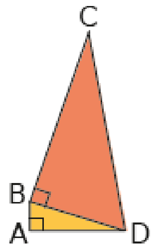
Dans un repère orthonormé $(O; I, J)$ tel que $OI = 1$ cm,
on a placé les points A et B de coordonnées respectives
$(-2; 5)$ et $(3; 4)$.
Calculer la distance AB.
Donner un arrondi au millimètre.

Partie 2 :

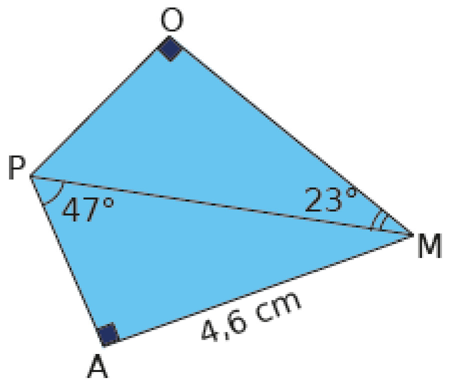
Sur la figure ci-contre :
AB = 1,5 cm ; AD = 6 cm
et BC = 12 cm.

a. Calcule la valeur arrondie au mm de BD.

b. Calcule, en justifiant, la valeur exacte de DC.

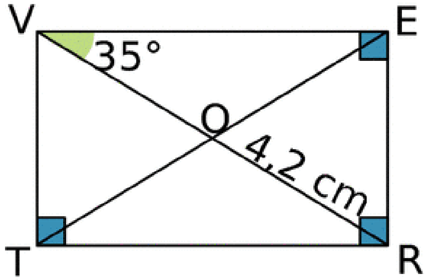


Partie 3 :



Calcule la longueur OM arrondie au millimètre.

Partie 4 :

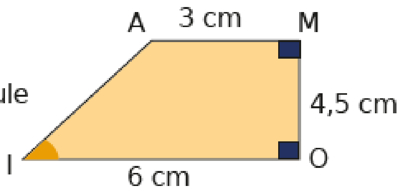


Calculer TE

Exercice 8 (Calculer un angle)

Partie 1 :

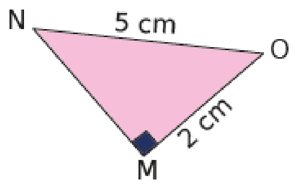
À l'aide des informations de la figure, calcule la mesure arrondie au degré de l'angle $\widehat{AIO}$.



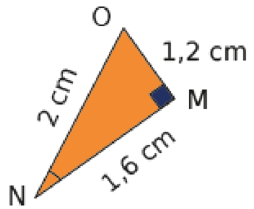
Partie 2 :

Dans chaque cas, calcule la mesure de l'angle $\widehat{MNO}$; donne la valeur arrondie au degré.

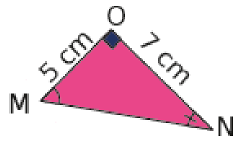
a.



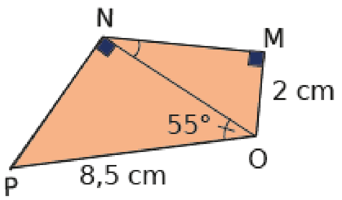
b.



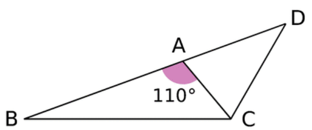
c.



d.



Partie 3 :



La figure ci-dessus est telle que :

- B, A et D sont des points alignés ;
- $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ACD}$ sont supplémentaires ;
- $\widehat{BAC} = 110°$.

a. Montre, en justifiant, que les angles $\widehat{DAC}$ et $\widehat{ACD}$ sont égaux à 70°.

Exercice 9 (Calculs d'aires et de volumes)

Partie 1 :

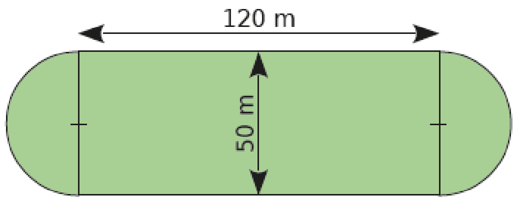
a. Calcule le volume d'une pyramide SABCD, de hauteur 6,3 cm et de base rectangulaire ABCD telle que AB = 4,2 cm et BC = 3,5 cm. Donne le résultat en cm^3 puis en mm^3.

b. Calcule le volume d'une pyramide MATH, de base ATH rectangle isocèle en A, de hauteur [MA] et telle que AT = 3 cm et MA = 4 cm.

c. Calcule le volume d'un cône de révolution, de hauteur 1,5 dm et dont le rayon de la base est 8 cm. Donne la valeur arrondie au cm^3.

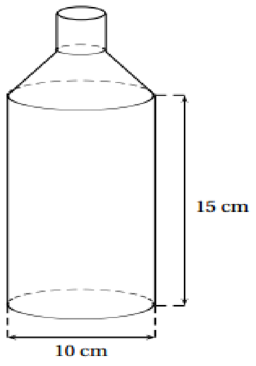
Partie 2 (sans coordonnées) :

Calcule l'aire et le périmètre de ce stade.



Partie 3 (avec coordonnées) :

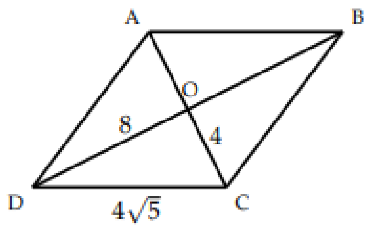
Voici une bouteille constituée d'un cylindre et d'un tronc de cône surmonté par un goulot cylindrique. La bouteille est pleine lorsqu'elle est remplie jusqu'au goulot.
Les dimensions sont notées sur le schéma.
1. Calculer le volume exact de la partie cylindrique de la bouteille puis en donner un arrondi au cm^3.



Exercice 10 (Problème sans coordonnées)

Partie 1

ABCD est un parallélogramme. ABCD est-il un losange ?

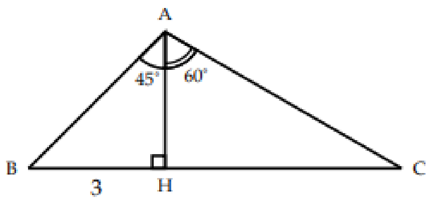


Partie 2

Dans la figure ci-contre

a) Calculer les valeurs exactes de AH et HC

b) Démontrer que le périmètre du triangle ABC est égal à $9+3\sqrt{2}+3\sqrt{3}$

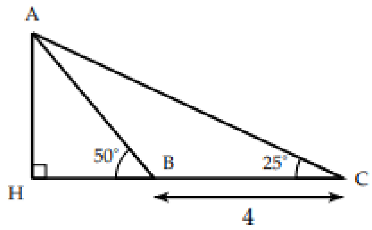


Partie 3

1) Dans la figure ci-contre,

   a) Démontrer que le triangle ABC est isocèle

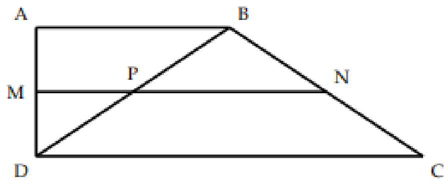
   b) En déduire la valeur exacte de AH puis sa mesure à un centième près par défaut.



Partie 4

Dans la configuration ci-contre, ABCD est un trapèze. On sait que (MN) // (DC), P et N sont les milieux respectifs de [BD] et [BC].

Montrer que $\mathrm{MN} = \frac{1}{2}(\mathrm{AB}+\mathrm{DC})$

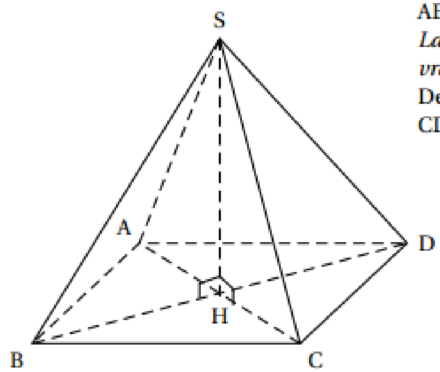


Partie 5

Soit ABCD un quadrilatère quelconque. On appelle I, J, K et L les milieux respectifs de [AB], [BC], [CD] et [DA].

1) Faire une figure (attention ABCD quadrilatère quelconque)
2) Quelle est la nature du quadrilatère IJKL ? (le démontrer)
3) Quelle(s) condition(s) supplémentaire(s) faut-il ajouter aux points A, B, C et D pour que IJKL soit un losange ? même question avec un rectangle puis avec un carré.
4) Tracer le quadrilatère ABCD pour que IJKL soit un carré.

Partie 6



Sur la pyramide SABCD à base **rectangulaire** ci contre, H est le centre du rectangle ABCD et (SH) est perpendiculaire à la base ABCD.
La représentation ci-contre n'est pas en vraie grandeur.
De plus, on a : SA = SB = SC = SD = 8,5 cm, CD = 12 cm et BC = 9 cm.

1. Tracer en vraie grandeur la face ABCD.

2. Vérifier par le calcul que HD = 7,5 cm.

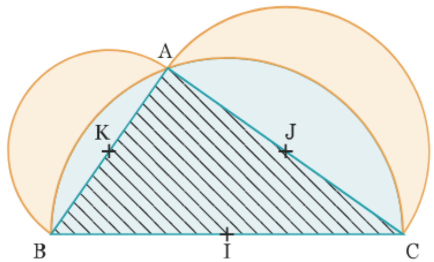
3. Tracer en vraie grandeur le triangle SBD et placer le point H.

4. Calculer SH.

5. Calculer le volume de la pyramide SABCD.

Partie 7

On considère la figure ci-dessous composée d'un triangle ABC et de trois demi-cercles de diamètre $[AC]$, $[AB]$ et $[BC]$.
On pose $a = \mathrm{AB}$ et $b = \mathrm{AC}$.



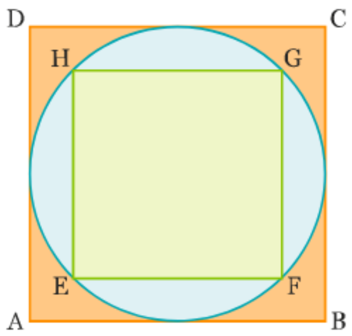
On admet que ABC est un rectangle en A.

1. Déterminer l'aire des deux lunules oranges.

2. Comparer cette aire avec celle du triangle ABC.

Partie 8

On considère un carré $EFGH$ inscrit dans un cercle $\mathcal{C}$ qui est lui-même inscrit dans un carré $ABCD$.



Déterminer la proportion de la surface bleue par rapport à l'aire totale du carré $ABCD$.

Exercice 11 (Problème avec coordonnées)

Partie 1 :

Soit un repère orthonormé (O, I, J). Soient les points A(1 ; 2), B(3 ; 2) et C(3 ; 4).

1) Placer les points A, B et C dans un repère.
2) Déterminer les coordonnées de I, milieu de [AC]. Placer le point C dans le repère.
3) Démontrer que les points A, B et C appartiennent à un même cercle de centre I.
4) Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier.
5) Déterminer les coordonnées de D telles que ACDB soit un parallélogramme.

Partie 2 :

Dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O; I, J)$, on place les points suivants :

- $P(-1,5;2)$
- $T(3,5;2)$
- $L(2,5;4)$

1) Faire une figure à compléter au fur et à mesure.

2) a) Tracer le cercle $(\mathcal{C})$ de diamètre $[TP]$.

b) Quelles sont les coordonnées de A, son centre ?

c) Calculer la mesure r de son rayon.

3) a) Démontrer que le cercle $(\mathcal{C})$ passe par L.

b) En déduire la nature du triangle PLT.

c) Montrer que le cercle $(\mathcal{C})$ ne passe pas par O.

4) a) Calculer les coordonnées du milieu de $[OL]$.

b) En déduire les coordonnées du point U tel que $POUL$ soit un parallélogramme.

c) Placer le point U.

d) Les points P, T et U sont-ils alignés ? Justifier.

5) a) Placer le point S tel que LAS soit un triangle rectangle isocèle en A et que S soit situé sous le segment $[LP]$.

b) Lire les coordonnées du point S.

c) Le point S appartient-il au cercle $(\mathcal{C})$?

6) a) Placer E, symétrique de L par rapport au point A.

b) Quelle est la nature de $PLTE$?

c) Calculer les coordonnées du point E.

d) Le point E appartient-il à l'un des axes du repère ?

e) Démontrer que le triangle EAT est isocèle.

Partie 3 :

Dans un repère orthonormé, on donne les points : $A(-1;2)$, $B(7;-8)$ et $E(7;2)$

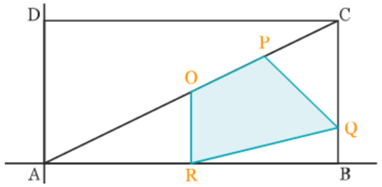
a) Démontrer que le point E appartient au cercle $\mathscr{C}$ de diamètre [AB].

b) Déterminer les coordonnées du point F, symétrique de E par rapport au centre I du cercle $\mathscr{C}$.

c) Quelle est la nature que quadrilatère AEBF

Partie 4 :

Soit ABCD un rectangle de centre O dont la longueur est le double de la largeur. On note R le milieu du segment $[\mathrm{AB}]$, P le milieu du segment $[\mathrm{OC}]$ et Q un point du segment $[\mathrm{BC}]$ tel que $\mathrm{BQ} = \frac{1}{4}\mathrm{BC}$.
L'objectif de l'exercice est de déterminer l'aire du quadrilatère OPQR.



On considère le repère $(\mathrm{A}\ ;\ \mathrm{R}\ ,\ \mathrm{D})$.

On considère le repère $(\mathrm{A}\ ;\ \mathrm{R}\ ,\ \mathrm{D})$.

1. Expliquer pourquoi le repère $(\mathrm{A}\ ;\ \mathrm{R}\ ,\ \mathrm{D})$ est un repère orthonormé du plan.
2. Donner, sans justification, les coordonnées des points A, B, C, R et Q.
3. Calculer AB et CB. En déduire l'aire du triangle ABC.
4. Calculer BR et BQ. En déduire l'aire du triangle BQR.
5. Calculer les coordonnées des points O et P.
6. Calculer l'aire du triangle ARO.
7. On note H le projeté orthogonal de P sur (BC). On admet que H a pour coordonnées $\left(2\ ;\ \frac{3}{4}\right)$.

a. Calculer HP. En déduire l'aire du triangle CQP.

b. En déduire l'aire du quadrilatère OPQR.