

## EXERCICES – EXPRESSIONS ALGEBRIQUES

### Exercice 1 (Les bases)

#### Partie 1 :

Réduis, si possible, les expressions suivantes :

a. $x + x$	d. $3x + 2$	g. $0 \times x$	j. $5x \times 6x$
b. $x \times x$	e. $2x \times x$	h. $1 + 2x$	k. $4 \times x \times 5$
c. $2x + x$	f. $x^2 + x$	i. $0 + x$	l. $x \times x + x$

#### Partie 2 :

Réduis et ordonne, si possible, chacune des expressions suivantes :

a. $12x - y + 2$	d. $8 - x + x^2 + 5x$
b. $7y + 12 - 13y$	e. $3t - 12t + t^2 - 7$
c. $10 - 8d + 3$	f. $a^2 + b - a + 3b$

#### Partie 3 :

Supprime les parenthèses puis réduis les expressions suivantes :

A = $5 + (2x + 3)$	D = $(4x + 2) + (-6x - 2)$
B = $5x - (3 - 4x)$	E = $-(-3x - 1) + (x - 3)$
C = $(x - 4) - 6$	F = $8x - (5x + 2) + (3 - 4x)$

### Exercice 2 (Développer)

#### Partie 1 :

Développer, réduire et ordonner les expressions algébriques suivantes :

- 1)  $(3x - 4)(2x + 1)$
- 2)  $(2x + 3)(x - 5) - (3x - 1)(2x - 1)$
- 3)  $4x(3x + 5) - 7(3x + 5)(2x - 1)$
- 4)  $(3x - 1)(3x + 2) - 3(-x + 2)(5x + 2)$
- 5)  $(x + 3)(2x - 5)(-x + 4)$
- 6)  $(x^2 + x + 1)(2x - 1)$
- 7)  $(3x^2 - 2x - 3)(-x + 7)$
- 8)  $(2x^2 + 3)(x - 4)$

#### Partie 2 :

Développer, réduire et ordonner à l'aide des identités remarquables les expressions algébriques suivantes :

- 1)  $(4x - 3)^2$
- 2)  $(5x - 2)^2$
- 3)  $(3x - 8)(3x + 8)$
- 4)  $(3x + 2)^2 - (x - 3)^2$
- 5)  $(2x + 1)(2x - 1) + (1 - 3x)^2$
- 6)  $(2x + 1)^3$

#### Partie 3 :

Développer les expressions suivantes :

- 1)  $A = (3x + 1)(2x - 4)$
- 2)  $B = (1 - 2x)(3x + 1) - (2x + 5)(2x - 4)$
- 3)  $C = (2x - 1)^2$
- 4)  $D = (3 - 2x)(3 + 2x)$
- 5)  $E = (6 + x)^2 - 2(-7 + x)$
- 6)  $F = -2(x + 1)(8 - x) + (4x - 3)^2$
- 7)  $G = (-2x + 4)(3x - 1) - 3x(4 - 6x)$
- 8)  $H = -3x(1 + 4x)^2(2x + 1) + 4x - 2$
- 9)  $I = \left(\frac{3}{4}x + 1\right)\left(\frac{1}{3}x - \frac{2}{5}\right) + \left(\frac{4}{3} - \frac{6x}{5}\right)^2$
- 10)  $J = \sqrt{2}(2 - \sqrt{3}x)^2 - (2x + 1)(\sqrt{5}x + 1)$

### Exercice 3 (Factoriser)

#### Partie 1 :

Factoriser les polynômes suivants à l'aide d'un facteur commun :

- 1)  $P(x) = 18x - 27$
- 2)  $P(x) = 4x^2 - 3x$
- 3)  $P(x) = 5x^2 - 7x$
- 4)  $P(x) = 36x^2 - 9x$
- 5)  $P(x) = 4x^2 - x$
- 6)  $P(x) = (x - 2)(x + 3) - (x - 2)(3x + 1)$
- 7)  $P(x) = (2x + 3)(x - 5) + 3(2x - 1)(2x + 3)$
- 8)  $P(x) = x(2x - 3) + (2x - 3) - (x - 3)(2x - 3)$
- 9)  $P(x) = (4x - 1)^2 - 2(2x + 5)(4x - 1)$
- 10)  $P(x) = 2(x - 2)(x + 3) - (x - 2)$

## Partie 2 :

Factoriser les polynômes suivants à l'aide d'une différence de deux carrés :

1)  $P(x) = x^2 - 9$

2)  $P(x) = 4x^2 - 25$

3)  $P(x) = 6x^2 - 6$

4)  $P(x) = -x^2 + 4$

5)  $P(x) = (x + 3)^2 - 4$

6)  $P(x) = (2x - 5)^2 - (x + 3)^2$

7)  $P(x) = 4 - (3 - 5x)^2$

8)  $P(x) = (6 - 5x)^2 - 1$

9)  $P(x) = -4x^2 + (3x + 1)^2$

10)  $P(x) = 9(2x - 1)^2 - 4(x + 2)^2$

## Partie 3 :

Factoriser les expressions suivantes :

1)  $A = (3x + 1)(2x - 4) + (3x + 1)2x$       2)  $B = (1 - 2x)(2x - 5) - (2x - 5)(2x - 4)$

3)  $C = 4x^2 - 6x + 9$

4)  $D = 4x^2 - 25$

5)  $E = (x + 1)^2 - (x + 1)(3 - 2x)$   
 $(x + 2)(6 - x)$

6)  $F = (3x + 6)(8 - x) +$

7)  $G = 49 - 9x^2$

8)  $H = x^2 - 16 +$

$(x - 4)(5x - 7)$

10)  $J = x^2 - 4x + 4$

## Partie 4 :

Factoriser les expressions suivantes :

1)  $S = (3x + 2)(4x - 1) + (8x - 2)(7x - 8)$

2)  $T = (6x + 1)(3 - x) - 36x^2 + 1$

3)  $R = (4x + 4)(x - 5) + (3x + 3)(x - 9)$

4)  $O = (x + 1)(7 - x) - (-1 - x)(x + 7)$

5)  $P = x^2 + 6x + 9 - (2x - 3)(x + 3)$

6)  $H = (3x - 4)(x + 5) - (-6x + 1)(x + 5)$

7)  $E = (8x - 1)^2 - (5x + 2)(8x - 1)$

## Exercice 4 (Manipuler des fractions)

Écrire sous la forme d'une seule fraction de la manière la plus simple possible.

1)  $V = \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x-1}$

2)  $I = \frac{5}{2x-1} + 1$

3)  $T = \frac{4}{x} + \frac{x-1}{3x+5}$

4)  $E = \frac{x}{1-5x} + \frac{2}{x+1}$

## Exercice 5 (Manipuler des radicaux)

Mettre sous la forme d'un seul radical :

1)  $A = \sqrt{x+2} \times \sqrt{x}$

2)  $B = \frac{\sqrt{x+2} \times \sqrt{x}}{\sqrt{3}}$

## Exercice 6 (Manipuler les puissances)

Mettre sous la forme d'une seule puissance :

1)  $A = \frac{x^3 \times (x^2)^5}{x^3}$

2)  $B = \frac{x^2 \times x}{(x^4)^2}$

## Exercice 7 (Modéliser un problème par une équation)

### Partie 1 :

Dans une salle de spectacle, il y a des places à 15 €, 20 € et 25 €. Le nombre de places à 20 € est le double du nombre de places à 25 €. Le nombre de places à 15 € est la moitié du nombre total de places. Lorsque la salle est pleine la recette est de 9 460 €. Déterminer le nombre de places de cette salle de spectacle.

### Partie 2 :

La somme de deux entiers est de 924. En ajoutant 78 à chacun d'eux, l'un devient le double de l'autre. Déterminer ces nombres.



### Partie 4 :

1)  $-\frac{1}{2}x + 3 = x - 7$

4)  $7x - \frac{1}{4} = \frac{5}{11}$

2)  $\frac{3}{2}x + 4 = 2x - 5$

5)  $\frac{x-1}{4} - 5 = \frac{2x-3}{2} + \frac{3}{4}$

3)  $3x + 5 = -\frac{7}{9}$

6)  $\frac{2x}{7} - \frac{6}{5} = \frac{9}{10}$

### Exercice 10 (Equation produit)

#### Partie 1 :

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes.

1)  $(x+4)(x-7) = 0$

3)  $-x(5-4x) = 0$

2)  $(2x+3)(4x-5) = 0$

4)  $(-15x+3)(3x+9) = 0$

#### Partie 2 :

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes.

1)  $(x-2)^2 - (x+6)^2 = 6$

2)  $5x + 8 = 9x - 7$

3)  $(2x+1)(x+4) + (x+4)(3-5x) = 0$

4)  $(x-7)(3x-5) - (9x-4)(x-7) = 0$

5)  $(4x-7)(9x+5) = (8x-3)(4x-7)$

#### Partie 3 :

Résoudre les équations suivantes à l'aide d'une factorisation ou par l'égalité de deux carrés :

1)  $(x+2)^2 = (x+2)(5x-4)$

2)  $9x^2 - 16 = 0$

3)  $(2x+3)^2 = 36$

4)  $5x^2 - 7x = 0$

5)  $4x^2 - 9 - 2(2x-3) + x(2x-3) = 0$

6)  $(3x-4)(5x+2) = (3x-4)(3-2x)$

7)  $(x-2)(x+3) + (x-2)(2x+1) + x^2 - 4 = 0$

8)  $(2x-3)(x^2+1) = 0$

9)  $(3x+2)^2 = 4(2x-3)^2$

### Exercice 11 (Equation quotient)

Résoudre les équations suivantes en ayant soin de déterminer l'ensemble de définition au début de la résolution :

1)  $\frac{2-x}{x-1} = 2$

4)  $2x - 7 = \frac{4}{2x-7}$

2)  $\frac{3}{x+2} = \frac{1}{3x}$

5)  $\frac{5}{x} = \frac{-3}{x+1} + \frac{3}{x(x+1)}$

3)  $\frac{5x-3}{x-2} = -\frac{3}{x}$

6)  $\frac{x-3}{x+3} = \frac{x-1}{x-3}$

### Exercice 12 (Inéquation du premier degré/signé) :

#### Partie 1 :

Résoudre les inéquations suivantes en donnant la solution sous la forme d'un intervalle solution :

1)  $x - 3 < 5x + 1$

4)  $-4x + \frac{5}{4} \leq 0$

2)  $2 - 3x \geq 0$

3)  $5x - 7 \geq 0$

5)  $-2 - \frac{3}{2}x \geq 0$

6)  $2x - \frac{1}{3} < 3x - \frac{1}{4}$

8)  $2x - \frac{x-1}{5} \geq \frac{1}{4} - x$

7)  $\frac{3x+1}{4} > \frac{5x+1}{6}$

9)  $\frac{1}{3}x + \frac{1}{4} > x + \frac{1}{2}$

#### Partie 2 :

1)  $2(x-1) - 3(x+1) > 4(x-2)$

5)  $x - \frac{1}{2} - x(x+2) > 2 - x(x-3)$

2)  $\frac{11}{10}x - \frac{1}{10} \leq 2 \left( x + \frac{8}{5} \right)$

6)  $\frac{1-x}{4} - \frac{3x-2}{2} \leq \frac{2x+5}{6}$

3)  $\frac{1}{3}(2x+1) - \frac{1}{2}(x-2) > \frac{1}{6}(x+2)$

7)  $4x+3 > 4x-1$

4)  $\frac{x-1}{4} - 5 \leq \frac{2x-3}{2} + \frac{3}{4}$

8)  $x-1 \leq x$

### Partie 3 :

Dresser le tableau de signes des fonctions suivantes :

1)  $f(x) = 2x + 1$     2)  $f(x) = -3x + 4$     3)  $f(x) = -x - 1$

4)  $f(x) = x + 4$     5)  $f(x) = \frac{2}{3}x + 2$     6)  $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$

7)  $f(x) = -\frac{1}{3}x + 2$     8)  $f(x) = -\frac{3}{4}x + 5$     9)  $f(x) = -3x + 8$

10)  $f(x) = \frac{x}{4} + \frac{1}{3}$

### Exercice 13 (Inéquations produit)

#### Partie 1 :

Résoudre les inéquations suivantes en utilisant un tableau de signes. Vous factoriserez lorsque cela sera nécessaire :

- 1)  $(x - 4)(3 - x) \leq 0$                       5)  $(x + 7)^2 + 2(x + 1)(x + 7) \leq 0$   
2)  $x(-2x + 3) > 0$                         6)  $4x^2 - 9 \geq 0$   
3)  $(4x - 9)(1 - 5x) < 0$                 7)  $(3x + 5)^2 \geq 1$   
4)  $-2x(x - 1)(4 - x) \leq 0$

#### Partie 2 :

Résoudre les inéquations suivantes.

- 1)  $(9x - 1)(4 - x) < 0$   
2)  $(3x + 2)(4x - 8) \geq 0$   
3)  $(x^2 + 1)(3 - x) \leq 0$   
4)  $(3x + 1)(5x - 7)(6 - x) > 0$

#### Partie 3 :

Résoudre :  $4x^3 - 12x^2 + 9x > 0$ .

### Exercice 14 (Inéquations quotient)

#### Partie 1 :

Résoudre dans  $\mathbb{R}$ .

- 1)  $\frac{x + 2}{-4x + 1} > 0$                       3)  $\frac{7x - 3}{(-8x - 1)^2} < 0$   
2)  $\frac{5x - 1}{-3x} \geq 0$                         4)  $\frac{3x - 4}{x + 2} \leq 0$

### Partie 2 :

Résoudre les inéquations suivantes en utilisant un tableau de signes :

- 1)  $\frac{x + 1}{3 - x} \geq 0$                       2)  $\frac{7 - 2x}{2x - 1} \leq 0$                       3)  $\frac{x + 4}{5 - x} < 2$   
4)  $\frac{-5}{2x + 1} \geq 1$                       5)  $\frac{2x + 3}{x - 1} \geq 4$                       6)  $\frac{5x}{1 - x} \leq \frac{10x}{2x + 1}$

### Exercice 15 (Comparer deux quantités)

Comparer les deux grandeurs :

- 1)  $A = 3x - 2$  et  $B = 4x - 7$   
2)  $A = x^2 - x$  et  $B = -x + 4$   
3)  $A = \frac{1}{x+1}$  et  $B = \frac{1}{x+2}$

### Exercice 16 (Algorithmique)

1) A quoi sert le programme Python ci-dessous ?

```
def seuil1():  
    n=1  
    while 3**n<1000:  
        n=n+1  
    return(n)
```

2) Modifier cet algorithme afin qu'il permette de trouver le plus petit entier  $n$  tel que  $0,2^n < 0,0001$

### Exercice 17 (Forme la plus adaptée)

#### Partie A :

Soit l'expression  $A(x) = (2x + 1)(x - 3) - (x - 3)(7x + 6)$

- 1) Développer, réduire et ordonner  $A(x)$   
2) Factoriser  $A(x)$   
3) En utilisant la forme la plus adaptée, calculer :  
a)  $A(2)$     b)  $A(3)$     c)  $A(\frac{1}{2})$     d)  $A(\sqrt{3})$   
4) En utilisant la forme la plus adaptée, résoudre les équations :  
a)  $A(x) = 0$     b)  $A(x) = 15$

**Partie B :**Soit l'expression  $D(x) = (2x + 5)^2 - 16$ 

1) Développer, réduire et ordonner D(x)

2) Factoriser D(x)

3) En utilisant la forme la plus adaptée, calculer :

a) D(-1)      b) D(0)      c)  $D(-\frac{1}{2})$       d)  $D(3\sqrt{5})$ 

4) En utilisant la forme la plus adaptée, résoudre les équations :

a)  $D(x) = 0$       b)  $D(x) = -16$       c)  $D(x) = 9$       c)  $D(x) = 20$ 

5) En utilisant la forme la plus adaptée, résoudre les inéquations :

a)  $D(x) > 0$       b)  $D(x) < -16$       c)  $D(x) \geq -20$       c)  $D(x) \leq 36$ **Partie C :**Soit l'expression  $B(x) = x^2 - 49 - (x - 7)(2x + 3)$ 

1) Développer, réduire et ordonner B(x)

2) Factoriser B(x)

3) En utilisant la forme la plus adaptée, calculer :

a) B(-3)      b) B(7)      c)  $B(\frac{1}{2})$       d)  $B(-\sqrt{3})$ 

4) En utilisant la forme la plus adaptée, résoudre les équations :

a)  $B(x) = 0$       b)  $B(x) = -28$       c)  $B(x) = 14x - 98$ **Partie D :**Soit l'expression  $C(x) = (2x - 7)^2 - 36 + (2x - 1)(2x + 1)$ 

1) Développer, réduire et ordonner C(x)

2) Factoriser C(x)

3) En utilisant la forme la plus adaptée, calculer :

a) C(-1)      b)  $C(2\sqrt{3})$       c)  $C(\frac{1}{2})$ 

4) En utilisant la forme la plus adaptée, résoudre les équations :

a)  $C(x) = 0$       b)  $C(x) = -28x$ **Exercice 18 (Synthèse)****Partie A :**

Résoudre les équations suivantes :

1)  $3x + 2 = -2x + 5$

2)  $\frac{2x+5}{3x+1} = 4$

3)  $x^2 - 2 = 2$

4)  $-4x + 5 = 3x + 12$

5)  $(2x - 4)(3x + 2) = 0$

6)  $-7x - 9 = -2x - 6$

7)  $\frac{2}{2x+1} + \frac{1}{x+1} = 0$

8)  $2(3x + 2) + 3x = -5x + 2$

9)  $4x^2 + 4x + 1 = 0$

10)  $4x^2 - 9 = 0$

11)  $-\frac{2}{3}x + \frac{3}{7} = 3x - \frac{3}{4}$

12)  $(4x + 1)(-5x - 3) = 0$

13)  $3x + 2 = 2x - 4$

14)  $2x - 1 = 5x + 8$

15)  $4(2x - 1) = 3(5x + 3) + 2$

16)  $(2x + 1)(5x - 4) = 0$

17)  $2x(3 - 4x) = 0$

18)  $-3x(x - 3)(-3x + 1) = 0$

19)  $\frac{2x+1}{3x-4} = 0$

20)  $\frac{(3x+4)(2x-5)}{5x+10} = 0$

21)  $\frac{x+4}{4-9x} = 2$

22)  $4x^2 - 3x = 0$

23)  $x^2 = 2x$

24)  $x^2 - 4 = 0$

25)  $x^2 + 22x + 121 = 0$

26)  $x^2 - 6x = -9$

**Partie B :**

Résoudre les inéquations suivantes :

1)  $5x - 2 \leq -2x - 5$

2)  $3x - 1 \geq 6x - 7$

3)  $-2(20 - 3x) > -3(3x + 2) + 2$

4)  $(3x + 3)(2x - 6) < 0$

5)  $-3x(5 - 3x) \geq 0$

6)  $2x(4x - 6)(12x + 4) > 0$

7)  $\frac{2x-1}{4x-5} \geq 2$

8)  $\frac{(3x-4)(3x-5)}{7x+49} > 0$

9)  $\frac{2x-40}{56-9x} < 3$

10)  $3x^2 - 2x > 0$

11)  $2x^2 \leq 4x$

12)  $x^2 - 8 \leq 0$

13)  $4x + 3 < 3x - 6$

14)  $-3x + 5 \geq -5x + 2$

15)  $2x - 4 \geq 2(6x - 2)$

16)  $(3 - 5x)(2x + 1) > 0$

17)  $(-4 + 3x)(7 - 6x) \leq 0$

18)  $\frac{-3x+5}{2x+3} > 0$

19)  $\frac{5x-10}{12x+48} \leq 0$

20)  $\frac{3x-1}{x-4} \geq 0$

21)  $\frac{(3x-1)(5-2x)}{3x+5} \geq 0$

22)  $\frac{(2-8x)(3x+1)}{2x-9} < 0$

23)  $\frac{(4-5x)(5x+10)}{5x+20} > 0$

**Exercice 19 (Problème)****Partie A :**

Si dans un champ rectangulaire, on diminue d'un mètre sa longueur et si l'on augmente d'un mètre sa largeur, son aire augmente-t-elle ?

**Partie B :**

Un particulier a des marchandises à transporter. Un premier transporteur lui demande 460 € au départ et 3,5 € par kilomètre. Un second transporteur lui demande 1 000 € au départ et 2 € par kilomètre.

Pour quelles distances à parcourir est-il plus avantageux de s'adresser au second transporteur ?

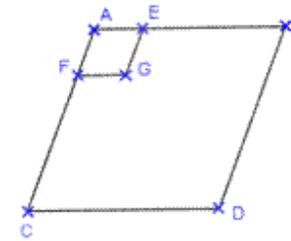
**Partie C :**

Démontrer que la somme d'un réel strictement positif et de son inverse est toujours supérieure ou égale à 2.

Pour quel(s) réel(s) y a-t-il égalité ?

**Partie D :**

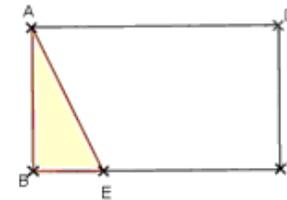
**Problème 1 :** ABCD est un losange.  $AB = 10\text{cm}$ . Soit E un point de [AB]. Les points G et F sont placés de telle sorte que AEGF soit un losange.



Déterminer la valeur de AE pour laquelle le périmètre du losange ABCD vaut le triple du périmètre du losange AEGF.

**Partie E :**

**Problème 2 :** ABCD est un rectangle.  $AD = 5\text{ cm}$  et  $AB = 3\text{ cm}$ . Soit E un point de [BC]. On note  $BE = x$ .



Trouver les valeurs de x pour que l'aire du triangle ABE soit supérieure ou égale au quart de l'aire du rectangle ABCD.