

EXERCICES – EXPRESSIONS ALGEBRIQUES

Exercice 1 (Les bases)

Partie 1 :

Réduis, si possible, les expressions suivantes :

a. $x + x$	d. $3x + 2$	g. $0 \times x$	j. $5x \times 6x$
b. $x \times x$	e. $2x \times x$	h. $1 + 2x$	k. $4 \times x \times 5$
c. $2x + x$	f. $x^2 + x$	i. $0 + x$	l. $x \times x + x$

Partie 2 :

Réduis et ordonne, si possible, chacune des expressions suivantes :

a. $12x - y + 2$	d. $8 - x + x^2 + 5x$
b. $7y + 12 - 13y$	e. $3t - 12t + t^2 - 7$
c. $10 - 8d + 3$	f. $a^2 + b - a + 3b$

Partie 3 :

Supprime les parenthèses puis réduis les expressions suivantes :

A = $5 + (2x + 3)$	D = $(4x + 2) + (-6x - 2)$
B = $5x - (3 - 4x)$	E = $-(-3x - 1) + (x - 3)$
C = $(x - 4) - 6$	F = $8x - (5x + 2) + (3 - 4x)$

Exercice 2 (Développer)

Partie 1 :

Développer, réduire et ordonner les expressions algébriques suivantes :

- 1) $(3x - 4)(2x + 1)$
- 2) $(2x + 3)(x - 5) - (3x - 1)(2x - 1)$
- 3) $4x(3x + 5) - 7(3x + 5)(2x - 1)$
- 4) $(3x - 1)(3x + 2) - 3(-x + 2)(5x + 2)$
- 5) $(x + 3)(2x - 5)(-x + 4)$
- 6) $(x^2 + x + 1)(2x - 1)$
- 7) $(3x^2 - 2x - 3)(-x + 7)$
- 8) $(2x^2 + 3)(x - 4)$

Partie 2 :

Développer, réduire et ordonner à l'aide des identités remarquables les expressions algébriques suivantes :

- 1) $(4x - 3)^2$
- 2) $(5x - 2)^2$
- 3) $(3x - 8)(3x + 8)$
- 4) $(3x + 2)^2 - (x - 3)^2$
- 5) $(2x + 1)(2x - 1) + (1 - 3x)^2$
- 6) $(2x + 1)^3$

Partie 3 :

Développer les expressions suivantes :

- 1) $A = (3x + 1)(2x - 4)$
- 2) $B = (1 - 2x)(3x + 1) - (2x + 5)(2x - 4)$
- 3) $C = (2x - 1)^2$
- 4) $D = (3 - 2x)(3 + 2x)$
- 5) $E = (6 + x)^2 - 2(-7 + x)$
- 6) $F = -2(x + 1)(8 - x) + (4x - 3)^2$
- 7) $G = (-2x + 4)(3x - 1) - 3x(4 - 6x)$
- 8) $H = -3x(1 + 4x)^2(2x + 1) + 4x - 2$
- 9) $I = \left(\frac{3}{4}x + 1\right)\left(\frac{1}{3}x - \frac{2}{5}\right) + \left(\frac{4}{3} - \frac{6x}{5}\right)^2$
- 10) $J = \sqrt{2}(2 - \sqrt{3}x)^2 - (2x + 1)(\sqrt{5}x + 1)$

Exercice 3 (Factoriser)

Partie 1 :

Factoriser les polynômes suivants à l'aide d'un facteur commun :

- 1) $P(x) = 18x - 27$
- 2) $P(x) = 4x^2 - 3x$
- 3) $P(x) = 5x^2 - 7x$
- 4) $P(x) = 36x^2 - 9x$
- 5) $P(x) = 4x^2 - x$
- 6) $P(x) = (x - 2)(x + 3) - (x - 2)(3x + 1)$
- 7) $P(x) = (2x + 3)(x - 5) + 3(2x - 1)(2x + 3)$
- 8) $P(x) = x(2x - 3) + (2x - 3) - (x - 3)(2x - 3)$
- 9) $P(x) = (4x - 1)^2 - 2(2x + 5)(4x - 1)$
- 10) $P(x) = 2(x - 2)(x + 3) - (x - 2)$

Partie 2 :

Factoriser les polynômes suivants à l'aide d'une différence de deux carrés :

1) $P(x) = x^2 - 9$

2) $P(x) = 4x^2 - 25$

3) $P(x) = 6x^2 - 6$

4) $P(x) = -x^2 + 4$

5) $P(x) = (x + 3)^2 - 4$

6) $P(x) = (2x - 5)^2 - (x + 3)^2$

7) $P(x) = 4 - (3 - 5x)^2$

8) $P(x) = (6 - 5x)^2 - 1$

9) $P(x) = -4x^2 + (3x + 1)^2$

10) $P(x) = 9(2x - 1)^2 - 4(x + 2)^2$

Partie 3 :

Factoriser les expressions suivantes :

1) $A = (3x + 1)(2x - 4) + (3x + 1)2x$ 2) $B = (1 - 2x)(2x - 5) - (2x - 5)(2x - 4)$

3) $C = 4x^2 - 6x + 9$

4) $D = 4x^2 - 25$

5) $E = (x + 1)^2 - (x + 1)(3 - 2x)$
 $(x + 2)(6 - x)$

6) $F = (3x + 6)(8 - x) +$

7) $G = 49 - 9x^2$

8) $H = x^2 - 16 +$

$(x - 4)(5x - 7)$

10) $J = x^2 - 4x + 4$

Partie 4 :

Factoriser les expressions suivantes :

1) $S = (3x + 2)(4x - 1) + (8x - 2)(7x - 8)$

2) $T = (6x + 1)(3 - x) - 36x^2 + 1$

3) $R = (4x + 4)(x - 5) + (3x + 3)(x - 9)$

4) $O = (x + 1)(7 - x) - (-1 - x)(x + 7)$

5) $P = x^2 + 6x + 9 - (2x - 3)(x + 3)$

6) $H = (3x - 4)(x + 5) - (-6x + 1)(x + 5)$

7) $E = (8x - 1)^2 - (5x + 2)(8x - 1)$

Exercice 4 (Manipuler des fractions)

Écrire sous la forme d'une seule fraction de la manière la plus simple possible.

1) $V = \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x-1}$

2) $I = \frac{5}{2x-1} + 1$

3) $T = \frac{4}{x} + \frac{x-1}{3x+5}$

4) $E = \frac{x}{1-5x} + \frac{2}{x+1}$

Exercice 5 (Manipuler des radicaux)

Mettre sous la forme d'un seul radical :

1) $A = \sqrt{x+2} \times \sqrt{x}$

2) $B = \frac{\sqrt{x+2} \times \sqrt{x}}{\sqrt{3}}$

Exercice 6 (Manipuler les puissances)

Mettre sous la forme d'une seule puissance :

1) $A = \frac{x^3 \times (x^2)^5}{x^3}$

2) $B = \frac{x^2 \times x}{(x^4)^2}$

Exercice 7 (Modéliser un problème par une équation)

Partie 1 :

Dans une salle de spectacle, il y a des places à 15 €, 20 € et 25 €. Le nombre de places à 20 € est le double du nombre de places à 25 €. Le nombre de places à 15 € est la moitié du nombre total de places. Lorsque la salle est pleine la recette est de 9 460 €. Déterminer le nombre de places de cette salle de spectacle.

Partie 2 :

La somme de deux entiers est de 924. En ajoutant 78 à chacun d'eux, l'un devient le double de l'autre. Déterminer ces nombres.

Partie 3 :

Soient deux figures :

- Un triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 4$ cm et $AC = 2 + x$ cm
- Un rectangle DEFG tel que $DE = 6$ cm et $EF = (8-x)$ cm

Quelle est l'aire du triangle ABC en fonction de x ?

Quelle est l'aire du rectangle DEFG en fonction de x ?

Exprimer, en fonction de x, l'aire du triangle ABC supérieure à l'aire du rectangle DEFG.

Partie 4 :

Une société veut imprimer des livres. La location de la machine revient à 750 € par jour et les frais de fabrication s'élevaient à 3,75 € par livre. Combien faut-il imprimer de livres par jour pour que le prix de revient d'un livre soit inférieur ou égal à 6 € ?

Exercice 8 (Isoler une variable)

Partie 1 :

La force pressante d'un électro-aimant est donnée par la relation :

$$F = \frac{10^7}{8\pi} B^2 S$$

Newton (N) → ← m²
 ↑
 Teslas (T)

- 1- Exprimer B², puis B en fonction de F et S.
- 2- Calculer B (en Teslas) à 10⁻² près par défaut, si F = 5 000 N et S = 0,01 m².

Partie 2 :

Soit la formule :

$$v = \frac{2 \times \pi \times n \times R}{60}$$

Calculer n, si v = 25,12 ; R = 0,04 ; π = 3,14.

Partie 3 :

Dans les formules de physique ci-dessous, **calculer**, en fonction des autres lettres, celle indiquée :

- | | |
|---|---|
| ▪ $U = R \cdot I$ (R) | ▪ $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ (C) |
| ▪ $P = R \cdot I^2$ (R) | ▪ $V = \frac{1}{3} a^2 h$ (h) |
| ▪ $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ (R) | ▪ $V = \frac{(B+b)}{2}$ (b) |
| ▪ $\ell = \ell_0 (1 + \alpha \theta)$ (θ) | ▪ $R = \rho \frac{\ell}{S}$ (S) |
| ▪ $\lambda = \frac{c}{f}$ (f) | |

Partie 4 :

La force pressante d'un électro-aimant est donnée par la relation :

$$F = \frac{10^7}{8\pi} B^2 S$$

Newton (N) → ← m²
 ↑
 Teslas (T)

- 1- Exprimer B², puis B en fonction de F et S.
- 2- Calculer B (en Teslas) à 10⁻² près par défaut, si F = 5 000 N et S = 0,01 m².

Exercice 9 (Equation premier degré)

Partie 1 :

- | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|
| 1) $3x + 4 = 2x + 9$ | 4) $3x + 1 = 7x + 5$ | 7) $5x + 2 = 9x + 7$ |
| 2) $2x + 3 = 3x - 5$ | 5) $5x + 8 = 0$ | |
| 3) $5x - 1 = 2x + 4$ | 6) $5 - 4x = 0$ | |

Partie 2 :

- | | |
|------------------------------------|-------------------------------------|
| 1) $5 - (x - 3) = 4x - (3x - 8)$ | 5) $5(x - 1) + 3(2 - x) = 0$ |
| 2) $2 + x - (5 + 2x) - 7 = 3x + 7$ | 6) $7(x + 4) - 3(x + 2) = x + 7$ |
| 3) $4x + 3 - (x + 1) + 5 = 5x + 7$ | 7) $2(x - 1) - 3(x + 1) = 4(x - 2)$ |
| 4) $2x + 1 - (2 + x) - 7 = 3x + 7$ | 8) $8(4 - 3x) + 1 = 53 - 3(x - 5)$ |

Partie 3 :

- 1) $x\sqrt{2} + \sqrt{2} = x\sqrt{6} + 2\sqrt{3} - (2 - \sqrt{2})$
- 2) $2x + \sqrt{2} = x\sqrt{12} + 7\sqrt{3} - (7 - \sqrt{2})$

Partie 4 :

1) $-\frac{1}{2}x + 3 = x - 7$

4) $7x - \frac{1}{4} = \frac{5}{11}$

2) $\frac{3}{2}x + 4 = 2x - 5$

5) $\frac{x-1}{4} - 5 = \frac{2x-3}{2} + \frac{3}{4}$

3) $3x + 5 = -\frac{7}{9}$

6) $\frac{2x}{7} - \frac{6}{5} = \frac{9}{10}$

Exercice 10 (Equation produit)

Partie 1 :

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes.

1) $(x+4)(x-7) = 0$

3) $-x(5-4x) = 0$

2) $(2x+3)(4x-5) = 0$

4) $(-15x+3)(3x+9) = 0$

Partie 2 :

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes.

1) $(x-2)^2 - (x+6)^2 = 6$

2) $5x + 8 = 9x - 7$

3) $(2x+1)(x+4) + (x+4)(3-5x) = 0$

4) $(x-7)(3x-5) - (9x-4)(x-7) = 0$

5) $(4x-7)(9x+5) = (8x-3)(4x-7)$

Partie 3 :

Résoudre les équations suivantes à l'aide d'une factorisation ou par l'égalité de deux carrés :

1) $(x+2)^2 = (x+2)(5x-4)$

2) $9x^2 - 16 = 0$

3) $(2x+3)^2 = 36$

4) $5x^2 - 7x = 0$

5) $4x^2 - 9 - 2(2x-3) + x(2x-3) = 0$

6) $(3x-4)(5x+2) = (3x-4)(3-2x)$

7) $(x-2)(x+3) + (x-2)(2x+1) + x^2 - 4 = 0$

8) $(2x-3)(x^2+1) = 0$

9) $(3x+2)^2 = 4(2x-3)^2$

Exercice 11 (Equation quotient)

Résoudre les équations suivantes en ayant soin de déterminer l'ensemble de définition au début de la résolution :

1) $\frac{2-x}{x-1} = 2$

4) $2x - 7 = \frac{4}{2x-7}$

2) $\frac{3}{x+2} = \frac{1}{3x}$

5) $\frac{5}{x} = \frac{-3}{x+1} + \frac{3}{x(x+1)}$

3) $\frac{5x-3}{x-2} = -\frac{3}{x}$

6) $\frac{x-3}{x+3} = \frac{x-1}{x-3}$

Exercice 12 (Inéquation du premier degré/signé) :

Partie 1 :

Résoudre les inéquations suivantes en donnant la solution sous la forme d'un intervalle solution :

1) $x - 3 < 5x + 1$

4) $-4x + \frac{5}{4} \leq 0$

2) $2 - 3x \geq 0$

3) $5x - 7 \geq 0$

5) $-2 - \frac{3}{2}x \geq 0$

6) $2x - \frac{1}{3} < 3x - \frac{1}{4}$

8) $2x - \frac{x-1}{5} \geq \frac{1}{4} - x$

7) $\frac{3x+1}{4} > \frac{5x+1}{6}$

9) $\frac{1}{3}x + \frac{1}{4} > x + \frac{1}{2}$

Partie 2 :

1) $2(x-1) - 3(x+1) > 4(x-2)$

5) $x - \frac{1}{2} - x(x+2) > 2 - x(x-3)$

2) $\frac{11}{10}x - \frac{1}{10} \leq 2 \left(x + \frac{8}{5} \right)$

6) $\frac{1-x}{4} - \frac{3x-2}{2} \leq \frac{2x+5}{6}$

3) $\frac{1}{3}(2x+1) - \frac{1}{2}(x-2) > \frac{1}{6}(x+2)$

7) $4x+3 > 4x-1$

4) $\frac{x-1}{4} - 5 \leq \frac{2x-3}{2} + \frac{3}{4}$

8) $x-1 \leq x$

Partie 3 :

Dresser le tableau de signes des fonctions suivantes :

1) $f(x) = 2x + 1$ 2) $f(x) = -3x + 4$ 3) $f(x) = -x - 1$

4) $f(x) = x + 4$ 5) $f(x) = \frac{2}{3}x + 2$ 6) $f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$

7) $f(x) = -\frac{1}{3}x + 2$ 8) $f(x) = -\frac{3}{4}x + 5$ 9) $f(x) = -3x + 8$

10) $f(x) = \frac{x}{4} + \frac{1}{3}$

Exercice 13 (Inéquations produit)

Partie 1 :

Résoudre les inéquations suivantes en utilisant un tableau de signes. Vous factoriserez lorsque cela sera nécessaire :

- 1) $(x - 4)(3 - x) \leq 0$ 5) $(x + 7)^2 + 2(x + 1)(x + 7) \leq 0$
2) $x(-2x + 3) > 0$ 6) $4x^2 - 9 \geq 0$
3) $(4x - 9)(1 - 5x) < 0$
4) $-2x(x - 1)(4 - x) \leq 0$ 7) $(3x + 5)^2 \geq 1$

Partie 2 :

Résoudre les inéquations suivantes.

- 1) $(9x - 1)(4 - x) < 0$
2) $(3x + 2)(4x - 8) \geq 0$
3) $(x^2 + 1)(3 - x) \leq 0$
4) $(3x + 1)(5x - 7)(6 - x) > 0$

Partie 3 :

Résoudre : $4x^3 - 12x^2 + 9x > 0$.

Exercice 14 (Inéquations quotient)

Partie 1 :

Résoudre dans \mathbb{R} .

- 1) $\frac{x + 2}{-4x + 1} > 0$ 3) $\frac{7x - 3}{(-8x - 1)^2} < 0$
2) $\frac{5x - 1}{-3x} \geq 0$ 4) $\frac{3x - 4}{x + 2} \leq 0$

Partie 2 :

Résoudre les inéquations suivantes en utilisant un tableau de signes :

- 1) $\frac{x + 1}{3 - x} \geq 0$ 2) $\frac{7 - 2x}{2x - 1} \leq 0$ 3) $\frac{x + 4}{5 - x} < 2$
4) $\frac{-5}{2x + 1} \geq 1$ 5) $\frac{2x + 3}{x - 1} \geq 4$ 6) $\frac{5x}{1 - x} \leq \frac{10x}{2x + 1}$

Exercice 15 (Comparer deux quantités)

Comparer les deux grandeurs :

- 1) $A = 3x - 2$ et $B = 4x - 7$
2) $A = x^2 - x$ et $B = -x + 4$
3) $A = \frac{1}{x+1}$ et $B = \frac{1}{x+2}$

Exercice 16 (Algorithmique)

1) A quoi sert le programme Python ci-dessous ?

```
def seuil1():  
    n=1  
    while 3**n<1000:  
        n=n+1  
    return(n)
```

2) Modifier cet algorithme afin qu'il permette de trouver le plus petit entier n tel que $0,2^n < 0,0001$

Exercice 17 (Forme la plus adaptée)

Partie A :

Soit l'expression $A(x) = (2x + 1)(x - 3) - (x - 3)(7x + 6)$

- 1) Développer, réduire et ordonner $A(x)$
2) Factoriser $A(x)$
3) En utilisant la forme la plus adaptée, calculer :
a) $A(2)$ b) $A(3)$ c) $A(\frac{1}{2})$ d) $A(\sqrt{3})$
4) En utilisant la forme la plus adaptée, résoudre les équations :
a) $A(x) = 0$ b) $A(x) = 15$

Partie B :Soit l'expression $D(x) = (2x + 5)^2 - 16$

1) Développer, réduire et ordonner D(x)

2) Factoriser D(x)

3) En utilisant la forme la plus adaptée, calculer :

a) D(-1) b) D(0) c) $D(-\frac{1}{2})$ d) $D(3\sqrt{5})$

4) En utilisant la forme la plus adaptée, résoudre les équations :

a) $D(x) = 0$ b) $D(x) = -16$ c) $D(x) = 9$ c) $D(x) = 20$

5) En utilisant la forme la plus adaptée, résoudre les inéquations :

a) $D(x) > 0$ b) $D(x) < -16$ c) $D(x) \geq -20$ c) $D(x) \leq 36$ **Partie C :**Soit l'expression $B(x) = x^2 - 49 - (x - 7)(2x + 3)$

1) Développer, réduire et ordonner B(x)

2) Factoriser B(x)

3) En utilisant la forme la plus adaptée, calculer :

a) B(-3) b) B(7) c) $B(\frac{1}{2})$ d) $B(-\sqrt{3})$

4) En utilisant la forme la plus adaptée, résoudre les équations :

a) $B(x) = 0$ b) $B(x) = -28$ c) $B(x) = 14x - 98$ **Partie D :**Soit l'expression $C(x) = (2x - 7)^2 - 36 + (2x - 1)(2x + 1)$

1) Développer, réduire et ordonner C(x)

2) Factoriser C(x)

3) En utilisant la forme la plus adaptée, calculer :

a) C(-1) b) $C(2\sqrt{3})$ c) $C(\frac{1}{2})$

4) En utilisant la forme la plus adaptée, résoudre les équations :

a) $C(x) = 0$ b) $C(x) = -28x$ **Exercice 18 (Synthèse)****Partie A :**

Résoudre les équations suivantes :

1) $3x + 2 = -2x + 5$

2) $\frac{2x+5}{3x+1} = 4$

3) $x^2 - 2 = 2$

4) $-4x + 5 = 3x + 12$

5) $(2x - 4)(3x + 2) = 0$

6) $-7x - 9 = -2x - 6$

7) $\frac{2}{2x+1} + \frac{1}{x+1} = 0$

8) $2(3x + 2) + 3x = -5x + 2$

9) $4x^2 + 4x + 1 = 0$

10) $4x^2 - 9 = 0$

11) $-\frac{2}{3}x + \frac{3}{7} = 3x - \frac{3}{4}$

12) $(4x + 1)(-5x - 3) = 0$

13) $3x + 2 = 2x - 4$

14) $2x - 1 = 5x + 8$

15) $4(2x - 1) = 3(5x + 3) + 2$

16) $(2x + 1)(5x - 4) = 0$

17) $2x(3 - 4x) = 0$

18) $-3x(x - 3)(-3x + 1) = 0$

19) $\frac{2x+1}{3x-4} = 0$

20) $\frac{(3x+4)(2x-5)}{5x+10} = 0$

21) $\frac{x+4}{4-9x} = 2$

22) $4x^2 - 3x = 0$

23) $x^2 = 2x$

24) $x^2 - 4 = 0$

25) $x^2 + 22x + 121 = 0$

26) $x^2 - 6x = -9$

Partie B :

Résoudre les inéquations suivantes :

1) $5x - 2 \leq -2x - 5$

2) $3x - 1 \geq 6x - 7$

3) $-2(20 - 3x) > -3(3x + 2) + 2$

4) $(3x + 3)(2x - 6) < 0$

5) $-3x(5 - 3x) \geq 0$

6) $2x(4x - 6)(12x + 4) > 0$

7) $\frac{2x-1}{4x-5} \geq 2$

8) $\frac{(3x-4)(3x-5)}{7x+49} > 0$

9) $\frac{2x-40}{56-9x} < 3$

10) $3x^2 - 2x > 0$

11) $2x^2 \leq 4x$

12) $x^2 - 8 \leq 0$

13) $4x + 3 < 3x - 6$

14) $-3x + 5 \geq -5x + 2$

15) $2x - 4 \geq 2(6x - 2)$

16) $(3 - 5x)(2x + 1) > 0$

17) $(-4 + 3x)(7 - 6x) \leq 0$

18) $\frac{-3x+5}{2x+3} > 0$

19) $\frac{5x-10}{12x+48} \leq 0$

20) $\frac{3x-1}{x-4} \geq 0$

21) $\frac{(3x-1)(5-2x)}{3x+5} \geq 0$

22) $\frac{(2-8x)(3x+1)}{2x-9} < 0$

23) $\frac{(4-5x)(5x+10)}{5x+20} > 0$

Exercice 19 (Problème)**Partie A :**

Si dans un champ rectangulaire, on diminue d'un mètre sa longueur et si l'on augmente d'un mètre sa largeur, son aire augmente-t-elle ?

Partie B :

Un particulier a des marchandises à transporter. Un premier transporteur lui demande 460 € au départ et 3,5 € par kilomètre. Un second transporteur lui demande 1 000 € au départ et 2 € par kilomètre.

Pour quelles distances à parcourir est-il plus avantageux de s'adresser au second transporteur ?

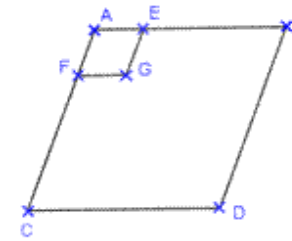
Partie C :

Démontrer que la somme d'un réel strictement positif et de son inverse est toujours supérieure ou égale à 2.

Pour quel(s) réel(s) y a-t-il égalité ?

Partie D :

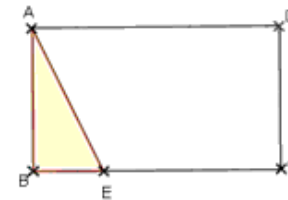
Problème 1 : ABCD est un losange. $AB = 10\text{cm}$. Soit E un point de [AB]. Les points G et F sont placés de telle sorte que AEGF soit un losange.



Déterminer la valeur de AE pour laquelle le périmètre du losange ABCD vaut le triple du périmètre du losange AEGF.

Partie E :

Problème 2 : ABCD est un rectangle. $AD = 5\text{ cm}$ et $AB = 3\text{ cm}$. Soit E un point de [BC]. On note $BE = x$.



Trouver les valeurs de x pour que l'aire du triangle ABE soit supérieure ou égale au quart de l'aire du rectangle ABCD.