

## EXERCICES – NOMBRES ET CALCULS

### Exercice 1 (Ensemble des nombres)

#### Partie 1 :

Déterminer à quels ensembles les nombres suivants appartiennent :

	N	Z	D	Q	R
-15					
$-\frac{2}{3}$					
10					
$8 - \sqrt{11}$					
$\sqrt{36}$					
$\sqrt{\frac{49}{81}}$					
$\frac{23}{8}$					
$6 + 2\sqrt{4}$					
$-\frac{16}{7}$					
$3^{-2}$					

#### Partie 2 :

Déterminer à quels ensembles les nombres suivants appartiennent :

	$[3; +\infty[$	$]-2; 7]$	$]-\infty; 5]$	$[-16; -3]$
-15				
$-\frac{2}{3}$				
10				
$8 - \sqrt{11}$				
$\sqrt{36}$				
$\sqrt{\frac{49}{81}}$				
$\frac{23}{8}$				

### Exercice 2 (Valeur absolue)

#### Partie 1 :

Calculer.

$$A = |2,4 - 0,8| + |7,38 + 0,5| + |1,2 - 5,08|$$

$$B = \left| \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \right| + \left| \frac{2}{3} - 1 \right| - \left| \frac{4}{3} - 1 \right|$$

#### Partie 2 :

Calculer la distance entre les nombres :

- a) -3 et  $\frac{1}{3}$                       b) 5 et 8                      c) -2 et -3

### Exercice 3 (Calculer avec des nombres relatifs)

#### Partie 1 :

Écris chacune de ces expressions avec le moins de signes possible puis calcule.

$$A = -22 + (13 - 5) \times (-5)$$

$$B = (-2) \times (-8) + 2 \times (-20) \div 4$$

$$C = -28 + (5 - 2) \times (-4)$$

$$D = 7 \times (-7) + 3 \times (-25) \div (-5)$$

$$E = -3,2 \times (-6) + (-2,3 - 7,7)$$

$$F = 150 \div (-1,2 - 9 \times 3,2)$$

#### Partie 2 :

Calcule les expressions suivantes.

$$A = 3 - 4 \times (5 - 2)$$

$$B = 3 \times 4 - 2 \times (4 - 1)$$

$$C = 5 - 2 \times 3 + 2 \times 7$$

$$D = -3 + (1 - 5) \times (-6)$$

$$E = 1 - 2 \times 3 + 4 \times (-5)$$

$$F = 1 + (-2)^2 - (-3)^2$$

### Exercice 4 (Diviseur/multiple)

Réponds aux questions suivantes en justifiant.

- a. 4 est-il un diviseur de 28 ?
- b. 32 est-il un multiple de 6 ?
- c. 4 divise-t-il 18 ?
- d. 35 est-il divisible par 5 ?

### Exercice 5 (Nombre premier ?)

#### Partie 1 :

Parmi les nombres entiers naturels suivants, cherche ceux qui sont des nombres premiers :

- 253
- 257
- 899
- 901

#### Partie 2 :

Parmi les nombres ci-dessous, entoure ceux qui ne sont pas des nombres premiers.

- 17
- 141
- 1001
- 421
- 553
- 647

### Exercice 6 (Division euclidienne)

a. Donne le quotient et le reste de la division euclidienne de :

- 63 par 4 ;
- 218 par 12 ;
- 3 245 par 135 ;
- 32 par 50.

b. Dans chaque cas, écris l'égalité  $a = bq + r$ , où  $q$  et  $r$  sont des entiers naturels et  $r < b$ .

### Exercice 7 (Calculs avec les fractions)

#### Partie 1 :

Effectuer les calculs suivants en donnant le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{3}{5} - \frac{1}{7} \times \frac{21}{9} - \frac{12}{20} ; \quad B = \frac{4 + \frac{2}{3}}{35}$$

#### Partie 2 :

$$A = \frac{3}{4} + \frac{5}{4} : \left( \frac{4}{3} - \frac{1}{2} \right).$$

Calculer A et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

#### Partie 3 :

On pose

$$A = \frac{5}{7} + \frac{1}{7} \times \left( 5 + \frac{1}{2} \right).$$

Calculer A. Présenter le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

#### Partie 4 :

Calcule et simplifie au maximum le résultat.

$$A = \frac{\frac{3}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{3}{4} + \frac{2}{3}}$$

$$C = -\frac{3}{14} - \frac{3}{7} + 2$$

$$B = 2 + \frac{\frac{2}{7}}{\frac{5}{14}}$$

$$D = \frac{7}{5} + \frac{\frac{8}{15}}{\frac{2}{3}} - \frac{19}{2}$$

#### Partie 5 :

Calcule et donne le résultat le plus simplifié possible.

$$A = \frac{2}{3} - \frac{7}{3} \times \frac{8}{21}$$

$$D = \frac{3}{7} - \frac{15}{7} \div \frac{5}{24}$$

$$B = \left( \frac{3}{4} - \frac{5}{6} \right) \times \frac{3}{2}$$

$$E = \left( \frac{11}{7} - \frac{2}{5} \right) \times \frac{24}{7}$$

$$C = 11 \div \left( \frac{2}{3} - \frac{5}{2} \right)$$

$$F = \frac{25}{15} \times \left( \frac{1}{18} + \frac{1}{24} \right)$$

**Partie 6 :**

Calcule en détaillant les étapes et donne le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre décimal.

$$A = \frac{24 \times 9 \times 72 \times 121}{36 \times 33 \times 64} \quad D = \frac{81}{63} \div \left(4 - \frac{2}{14}\right)$$

$$B = 56 \times \frac{15}{128} - \frac{1}{18} \quad E = \frac{56}{15} \times \frac{\frac{5}{6} - \frac{5}{4}}{\frac{1}{2} + \frac{2}{3}}$$

$$C = \left(\frac{24}{15} + \frac{35}{25}\right) \times \frac{20}{33}$$

$$F = 3 + \frac{2}{15} \times \left(5 \times \frac{23}{25} - \frac{12}{49} \div \frac{9}{14}\right) \div \frac{1}{70}$$

**Exercice 8 (Mettre une fraction sous forme irréductible)**

**Partie 1 :**

Simplifier les fractions suivantes de la façon de votre choix : (Penser aux critères de divisibilité)

$$\frac{255}{35} ; \frac{26}{65} ; \frac{450}{756} ; \frac{2415}{966} ; \frac{5863}{144}$$

**Partie 2 :**

Sans utiliser votre calculatrice, dites si les fractions suivantes sont égales ou non. On se justifiera.

$$\frac{208\ 341}{66\ 317} \quad \text{et} \quad \frac{312\ 689}{99\ 532}$$

**Partie 3 :**

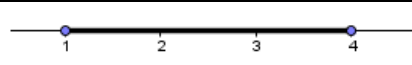
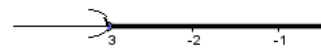
Écrire la fraction  $\frac{84}{126}$  sous forme irréductible en détaillant tous les calculs.

**Exercice 9 (Utiliser les intervalles de  $\mathbb{R}$ )**

**Partie 1 :**


Compléter le tableau suivant :

Intervalle	Inégalité	Représentation graphique
$x \in [-6; 4]$		
	$x < 8$	

		
$x \in ]-2; +\infty[$		
	$x < 2$ ou $5 < x \leq 8$	
		
$x \in ]3; 4] \cup [6; +\infty[$		
	$-3 \leq x < 1$	
	$x > 0$ ou $x \leq 0$	
$x \in ]2; 4] \cap [3; 7[$		

**Partie 2 :**

Compléter le tableau suivant :

Intervalle	Inégalité avec une valeur absolue	Représentation graphique
$x \in [-6; 4]$		
	$ x + 8  < 4$	
		
	$ x - 2  \geq 2$	
$x \in ]-2; 3[$		

**Exercice 10 (Encadrement et arrondis)**

Sans calculatrice :

- Donner un encadrement à  $10^{-3}$  près de  $2\sqrt{7} + 3$  sachant que  $2.645 < \sqrt{7} < 2.646$
- Donner un encadrement à  $10^{-2}$  près de  $-2\pi + 1$  sachant que  $3.14 < \pi < 3.15$

Avec calculatrice :

- Donner une valeur approchée à  $10^{-4}$  près de  $\frac{3\sqrt{2}-7}{4}$
- Donner une valeur approchée à  $10^{-2}$  près de  $\pi^2 - 7$  sachant que

### Exercice 11 (Simplifier une racine) :

#### Partie 1 :

Simplifier les racines carrées suivantes :

$$\sqrt{49} ; \sqrt{50} ; \sqrt{72} ; \sqrt{27} ; \sqrt{48} ; \sqrt{80} ; \sqrt{150} ; \sqrt{200} ; \sqrt{162}$$

#### Partie 2 :

Écrire les nombres suivants sous la forme

$a\sqrt{b}$  où a et b sont des entiers et b le plus petit possible :

$$A = \sqrt{50} \quad B = \sqrt{8} \quad C = \sqrt{20} \quad D = \sqrt{24} \quad E = \sqrt{45}$$

$$F = \sqrt{32} \quad G = \sqrt{72} \quad H = \sqrt{75} \quad I = \sqrt{98} \quad J = 5\sqrt{18}$$

### Exercice 12 (Calculs avec les racines)

#### Partie 1 :

Simplifier les nombres suivants :

$$A = \sqrt{27} + \sqrt{48} - \sqrt{12} \quad ; \quad B = \sqrt{32} + \sqrt{18} - \sqrt{50} \quad ; \quad C = 3\sqrt{50} - \sqrt{8} - 2\sqrt{18}$$

$$D = 7\sqrt{75} - 2\sqrt{12} + \sqrt{27} \quad ; \quad E = \sqrt{\frac{27}{2}} \times \sqrt{\frac{8}{49}} \quad ; \quad F = \sqrt{\frac{18}{25}} \times \sqrt{\frac{125}{72}}$$

$$G = \sqrt{\frac{8}{9}} \times \sqrt{\frac{12}{25}} \times \sqrt{\frac{225}{24}}$$

#### Partie 2 :

Rendre rationnel le dénominateur :

$$A = \frac{4}{\sqrt{5}-3} \quad ; \quad B = \frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}} \quad ; \quad C = \frac{1+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} \quad ; \quad D = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$$

$$E = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{14}+\sqrt{7}} \quad ; \quad F = \frac{-2}{1+\sqrt{11}} \quad ; \quad G = \frac{1-2\sqrt{6}}{\sqrt{6}-5} \quad ; \quad H = \frac{-4}{\sqrt{3}+\sqrt{27}}$$

#### Partie 3 :

Développer les expressions suivantes :

$$A = (5 - \sqrt{2})^2 \quad ; \quad B = (2\sqrt{7} + 4)^2$$

### Exercice 13 (Calculs de puissances)

Simplifier les écritures suivantes sans utiliser votre calculette :

$$A = \frac{5^6 \times 5^3}{5^7} \quad ; \quad B = \frac{14^2 \times 3^3}{21^2 \times 4^3} \quad ; \quad C = \frac{6^2 \times 5^7 \times 27^3}{21^3 \times 9^2 \times 5^{10}}$$

$$D = \frac{12^{100} \times 1,5^{50}}{6^{149}} \quad ; \quad E = \frac{(2^{23})^{15}}{2^{73}}$$

### Exercice 14 (Algorithmique)

#### Partie 1 :

1) A quoi sert le programme Python ci-dessous ?

```
def approx():
    a=1
    m=1
    while (a**2-2)*(m**2-2)>0:
        m=a
        a=a+10**(2)
    return(m,a)
```

2) Sachant que  $\sqrt{3}$  est solution de l'équation  $x^2 - 3 = 0$  modifier l'algorithme ci-dessus pour obtenir un encadrement de  $\sqrt{3}$  à  $10^{-5}$  près. Donner cet encadrement.

#### Partie 2 :

A quoi sert cet algorithme ?

```
def premier(a):
    r=2
    i=2
    while i<sqrt(a) and r!=0:
        r=a%i
        i=i+1
    if r==0:
        print(a," n'est pas premier")
    else:
        print(a," est premier")
```

## Exercice 15 (Synthèse)

### Partie A :

$$A = \frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{6}}{2 - \frac{1}{2}} \cdot 2 ; \quad B = \frac{35 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^5}{21 \times 10^{-1}} ; \quad C = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{80} + \sqrt{20}.$$

- Écrire A sous la forme d'une fraction irréductible.
- Écrire B sous la forme  $a \times 10^n$  où  $a$  est un entier et  $n$  un entier relatif.
- Écrire C sous la forme  $a\sqrt{b}$  où  $a$  est un entier relatif et  $b$  un entier positif le plus petit possible.

### Partie B :

Complétez le tableau suivant à l'aide du symbole qui convient  $\in$  ou  $\notin$  :

	N	Z	D	Q	R
$-\sqrt{81}$					
$\frac{87}{3}$					
$-\frac{2}{9}$					
$\sqrt{31}$					
$\frac{3}{8}$					

### Partie C :

Dans chacun des cas, écrire à l'aide de valeurs absolues les intervalles suivants :

- $I = [-5; 8]$
- $J = ] - 6; -2[$
- $K = [3; 4]$

## Exercice 16 (OCM)

Pour chaque question, déterminer la seule réponse possible :

### Question 1 :

	A	B	C
1. $\sqrt{(-5)^2}$	n'existe pas	est égal à -5	est égal à 5

### Question 2 :

Le nombre  $\sqrt{\frac{64}{4}}$  est :

- a) Un entier naturel      b) Un nombre irrationnel      c) aucun des 2

### Question 3 :

Si  $x \in ] - 2; 3]$  alors :

- a)  $-2 < x \leq 3$       b)  $-2 \leq x \leq 3$       c)  $-2 \leq x < 3$

### Question 4 :

Si  $x \geq 3$  alors :

- a)  $x \in ] - \infty; 3]$       b)  $x \in ] - \infty; 3[$       c)  $x \in [3; +\infty[$

## Exercice 17 (Problème ouvert)

### Partie 1 :

a. La montre d'Éric sonne toutes les 6 heures et celle de Leïla, toutes les 14 heures. Elles ont sonné ensemble le 9 Octobre à 17h30. À quelle date et à quelle heure sonneront-elles ensemble de nouveau ?

b. Même question si la montre d'Éric sonne toutes les 15 heures et celle de Leïla toutes les 21 heures.

### Partie 2 :

Un chocolatier vient de fabriquer 2 622 oeufs de Pâques et 2 530 poissons en chocolat.

Il souhaite vendre des assortiments d'oeufs et de poissons de façon que :

- tous les paquets aient la même composition ;
- après mise en paquet, il reste ni oeufs, ni poissons.

- Le chocolatier peut-il faire 19 paquets ? Justifier.
- Quel est le plus grand nombre de paquets qu'il peut réaliser ? Dans ce cas, quelle sera la composition de chaque paquet ?

### Partie 3 :

- Démontrer que la somme de deux entiers pairs est pair
- Démontrer que le produit de deux nombres pair est pair
- Démontrer que la somme de trois nombre impairs consécutifs est divisible par 2

### Exercice 18 (Vrai/faux)

Déterminer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses ? Justifier

#### Affirmation 1 :

La fraction  $\frac{322}{1035}$  est irréductible

#### Affirmation 2 :

Voici quatre calculs

$$A = \frac{5}{7} - \frac{2}{7} \times \frac{1}{6} \quad ; \quad B = \sqrt{50} + 3\sqrt{2}$$
$$C = (1 + 2\sqrt{3})^2 \quad ; \quad D = \sqrt{1681} - \sqrt{81}$$

Les résultats de Chloé sont les suivants :

$$A = \frac{1}{14} \quad ; \quad B = 8\sqrt{2} \quad ; \quad C = 13 + 4\sqrt{3} \quad ; \quad D = 40.$$

Les résultats de Chloé sont-ils justes ou faux ?

Justifier les réponses en détaillant les étapes de chaque calcul.

#### Affirmation 3 :

$C = (2 + \sqrt{3})^2 + (1 - 2\sqrt{3})^2$  est un nombre entier.

#### Affirmation 4 :

$D = \frac{45 \times 10^{-6} \times 10^8 \times 4}{3 \times 10^{-3}}$  est un nombre décimal

#### Affirmation 5 :

La distance entre -6 et 7 est la même qu'entre 9 et -2

#### Affirmation 6 :

L'ensemble des nombres réels  $x$  qui vérifient  $|x + 1| < 3$  appartiennent à l'intervalle  $[-4 ; 2]$

#### Affirmation 7 :

L'ensemble des nombres réels  $x$  qui vérifient  $|x + 1| < 3$  appartiennent à l'intervalle  $[-4 ; 2]$

### Exercice 19 (Approfondissement)

- 1) Parmi les nombres rationnels suivants, quels sont ceux qui sont décimaux ? Justifier la réponse.

$$\frac{1}{7} \quad , \quad \frac{27}{25} \quad , \quad \frac{91}{7} \quad , \quad \frac{42}{17}$$

- 2) Poser la division de 1 par 7. En déduire l'écriture décimale périodique de  $\frac{1}{7}$

- 2) Poser la division de 1 par 7. En déduire l'écriture décimale périodique de  $\frac{1}{7}$

	A	B
1	42	17
2	8	2
3	12	4
4	1	7
5	10	0
6	15	5
7	14	8
8	4	8
9	6	2
10	9	3
11	5	5
12	16	2
13	7	9
14	2	4
15	3	1
16	13	1
17	11	7
18	8	6
19	12	4
20	1	7
21	10	0
22	15	5
23	14	8

- 3) Le but de cette question est de produire l'écriture décimale périodique de  $\frac{42}{17}$ . En utilisant un tableau pour effectuer la division de 42 par 17, on obtient le tableau ci-contre. À partir de la cellule A2, la colonne A donne les restes successifs de la division de 42 par 17. À partir de la cellule B2, la colonne B donne les quotients successifs.

- a) Donner sans justification la 20<sup>e</sup> décimale de l'écriture décimale de  $\frac{42}{17}$  ?
- b) À partir du tableau ci-contre, donner l'écriture décimale périodique de  $\frac{42}{17}$ .
- c) Expliquer pourquoi on est sûr de retrouver dans la cellule A18 un reste déjà obtenu.
- 4) On se propose maintenant de retrouver l'écriture fractionnaire du rationnel  $a = 1, \overline{23}$  (c'est-à-dire le nombre dont l'écriture décimale périodique est 1,2323232323...). Pour cela, calculer  $100a - a$  et en déduire l'écriture de  $a$  sous forme fractionnaire.