**EXPRESSIONS ALGEBRIQUES – EQUATIONS - INEQUATIONS**

**Expression littérale :** une expression qui contient au moins une lettre (souvent x) qui désigne un nombre d’un ensemble donné dont on ne connaît pas la valeur. Cette lettre est la **variable** de l’expression.

**Les bases :**

Opposé : a pour opposé

*Pour une expression algébrique l’opposé est*

Inverse : a pour inverse

*Pour une expression algébrique l’inverse est*

Réduire un produit : et y désignent des réels et n un entier naturel

(On peut supprimer le signe × entre une lettre et un nombre)

(On peut supprimer le signe × entre deux lettres)

(On peut supprimer le signe × entre une expression algébrique et un nombre ou lettre)

6)

(On peut supprimer le signe × entre deux parenthèses)

7) et

8) a et b sont des nombres connues ; et sont inconnues.

*Ex :*

La multiplication étant associative et commutative, on peut déplacer les facteurs à l’intérieur d’une succession de plusieurs produit afin d’effectuer les opérations dans l’ordre qui nous arrangent (pour appliquer les règles 1 à 6)

Réduire une somme : et y désignent des variables réelles et a et b des nombres réels

On additionne (ou soustrait) les « x » avec les « x », les « x² » avec les « « x² », les « machin » avec les « machin »….

1) 2)

3)

De même que pour la multiplication, l’addition est associative et commutative donc dans une suite d’addition, on peut faire les calculs dans l’ordre qui nous arrange.

4)

Les parenthèses :

**Utilité :**

Parenthèses de « présentation » : Ce sont des parenthèses qui entourent un nombre isolé lié au fait que l’on ne peut pas écrire deux signes opératoires côte à côte ou sur une somme isolé d’autres opérations.

Ex :

Elles ne changent rien au calcul.

Parenthèses « utiles » : Elles servent à modifier une priorité de calcul

Une puissance sur un produit/division/somme

*Ex : ;  ; (2+x)²*

Une multiplication sur une addition

*Ex :*

**Suppression :**

1) Si une parenthèse est précédée d’un signe + (ou de rien) et n’est pas liée à d’autres expressions algébriques, on peut la supprimer sans changer les signes des termes situés à l’intérieur.

2) Si une parenthèse est précédée d’un signe - et n’est pas liée à d’autres expressions algébriques, on peut la supprimer à condition de changer les signes de tous les termes à l’intérieur de la parenthèse.

3) Si une parenthèse est liée à une autre expression algébrique/nombre par une multiplication/division/puissance, il faut développer l’expression (voir la suite)

**Calcul littéral**

Développer : Transformer un produit en somme algébrique.

On applique les principes de la **distributivité** ou on reconnaît une **identité remarquable.**

**Distributivité :**

Simple :

Double :

Triple, quadruple … :Chaque terme de la parenthèse multiplie le terme de la parenthèse suivante.

Plus de deux parenthèses : On distribue la première parenthèse (ou nombre) sur la deuxième, puis ce résultat sur la suivante, etc…

**Identités remarquables :**

**(forme 1)**

**(forme 2)**

**(forme 3)**

Procédure du développement :

1. Distributivité ou application d’une identité remarquable
2. Réduire les produits
3. Réduire les sommes
4. Ordonner (ranger les puissances par ordre décroissant)

Factoriser : Transformer une somme algébrique en produit

On cherche un **facteur commun** ou on reconnaît une **identité remarquable.**

**Facteur commun :**

Sur plusieurs produits :

**Identités remarquables :**

**(forme 1)**

**(forme 2)**

**(forme 3)**

Procédure de la factorisation :

1. Facteur commun ou identité remarquable
2. Réduire les produits dans les parenthèses
3. Réduire les sommes dans les parenthèses
4. Ordonner dans les parenthèses

Fractions : Même règles que pour les nombres (A, C des réels/expressions algébriques et idem pour B et D mais différents de zéro)

*Ex :*  ou

*Ex :-*  ou

*Ex :*

En général, on ne développe pas le dénominateur.

*Ex :*

*Ex :*

*Ex :*

Racines : Même règles que pour les nombres (a et b peuvent être des expressions algébriques ou des réels sous condition d’existence)

1) Notamment : pour x > 0

2)

*Ex :*

Puissances :

a ; b sont des réels ; m et p des entiers relatifs

Attention pour les sommes, soustractions appliquer la distributivité ou les identités remarquables.

*Ex :*

**Egalités – Equations**

Une égalité n’est pas forcément vraie tout le temps.

Règles sur les égalités : Si on part de

pour k différent de zéro ici

Résoudre une équation : trouver la ou les solutions pour laquelle l’équation est vraie.

Equation du premier degré avec a ≠ 0 et b des réels

Equation de la forme : (une seule inconnue, que des « x » pas de puissances, racine, inverse etc… de x). Isoler « x » pour résoudre

(ensemble solution)

Equation produit : Si on doit résoudre une équation qui n’est pas du premier degré, on met tous les termes du coté « gauche » et on cherche à factoriser.

Equation de la forme : avec et des expressions algébriques (parfois il peut y avoir plus de deux termes)

Résoudre ou

Equation quotient : Si on doit résoudre une équation qui n’est pas du premier degré avec un x au dénominateur, on met tous les termes du coté « gauche » et on met tout au même dénominateur.

Equation de la forme : avec et des expressions algébriques (parfois il peut y avoir plus de deux termes)

Résoudre et

La solution de est une valeur interdite, une valeur qui ne peut pas être solution.

**Inégalités – Inéquations**

Règles sur les inégalités : Si on part de (peu importe le symbole)

Si alors

Si alors

Si alors pour k différent de zéro ici

Si alors pour k différent de zéro ici

Résoudre une inéquation : trouver la ou les solutions pour laquelle l’inéquation est vraie.

Inéquation du premier degré avec a ≠ 0 et b des réels

**Inéquation de la forme :** (une seule inconnue, que des « x » pas de puissances, racine, inverse etc… de x). Isoler « x » pour résoudre.

Attention à la division/multiplication par un nombre négatif.

(ensemble solution)

**Tableau de signe :** Signe de selon les valeurs de x.

|  |  |
| --- | --- |
| x | -∞ +∞ |
| Signe de ax+b | Signe de -a 0 signe de a |

Inéquation produit : Si on doit résoudre une inéquation qui n’est pas du premier degré, on met tous les termes du coté « gauche » et on cherche à factoriser.

Inéquation de la forme : avec et des expressions algébriques (parfois il peut y avoir plus de deux termes)

Dans un même tableau, regrouper l’étude du signe de A(x) et B(x) et le produit des deux : règle des signes.

  ; ;

Conclure avec un intervalle

*Exemple :*

|  |  |
| --- | --- |
| x | -∞ 2 +∞ |
| Signe de -2x+4 | + + 0 - |
| Signe de 3x+1 | - 0 + + |
| Signe de  (-2x+4)(3x+1) | - 0 + 0 - |

Inéquation quotient : Si on doit résoudre une inéquation qui n’est pas du premier degré avec un x au dénominateur, on met tous les termes du coté « gauche » et on met tout au même dénominateur.

inéquation de la forme : avec et des expressions algébriques (parfois il peut y avoir plus de deux termes)

Dans un même tableau, regrouper l’étude du signe de A(x) et B(x) et le produit des deux : règle des signes. Conclure avec un intervalle. Attention à la valeur interdite.

*Exemple :*

|  |  |
| --- | --- |
| x | -∞ -2 -1/2 +∞ |
| Signe de 2x+1 | - - 0 + |
| Signe de –x-2 | + 0 - - |
| Signe de | - 0 + || - |

*S = ]-2 ; -1/2[*

**Algorithme :**

Déterminer la première puissance d’un nombre positif donné supérieure ou inférieure à une valeur donnée.

A partir de quand an est plus grand que A

|  |  |
| --- | --- |
| **Langage naturel** | **Python** |
| Saisir a ; A  n←1  Tant que an ≤ A  n←n+1  Fin Tantque  Renvoyer(n) |  |

**Démonstration :**

**Méthodes (exercices) :**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Hachette** | **Hatier** | **Mes exos** | **Sesamaths** | **Mathx** |
| A) Développer | 28,31 | 61-65 | Ex 2 | 60-62 |  |
| B) Factoriser | 32,33,74 | 67-80 | Ex 3 | 63-65 |  |
| C) Manipuler des fractions |  | 41-56 | Ex. 4 | 66 |  |
| D) Manipuler des racines |  | - | Ex. 5 | - |  |
| E) Manipuler des puissances |  | 88 | Ex. 6 | - |  |
| F) Modéliser un problème par une (in)équation |  | 119-123,140-141 | Ex. 7 |  |  |
| G) Exprimer une variable en fonction d’une autre | 7, 18 | 102-105 | Ex. 8 | 76-77 |  |
| H) Résoudre une équation du premier degré | 8-10,13-15 | 106 | Ex. 9 | 67 |  |
| I) Résoudre une équation produit | 19-20,76 | 108-114 | Ex. 10 | 71 |  |
| J) Résoudre une équation quotient |  | 115-118 | Ex. 11 | 73 |  |
| K) Résoudre une inéquation du premier degré/tableau de signe | 11-12,56-57,60 | 131-139 | Ex. 12 | 68 |  |
| L) Résoudre une inéquation produit | 69 |  | Ex. 13 |  |  |
| M) Résoudre une inéquation quotient |  |  | Ex. 14 |  |  |
| N) Comparer deux quantités |  |  | Ex. 15 |  |  |

**Exercices de synthèse :**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Hachette** | **Hatier** | **Mes exos** | **Sesamaths** | **Mathx** |
| Algorithmes | 40 |  | Ex.16 |  |  |
| Forme la plus adaptée |  | 160-161,178-179 | Ex.17 | 75 |  |
| Problème concret | 58-59,63 |  | Ex .19 | 69 |  |
| Problème géométrie | 64,107,105,109 |  | Ex.19 | 69,74 |  |
| Synthèse | 112 |  | Ex.18 | 78 |  |
| QCM | 4-6 |  |  |  |  |
| Vrai/faux | 2,27,43,45 |  |  |  |  |
| Approfondissement |  | 182-186 |  |  |  |