EXERCICES CONTINUITE

Exercice 1 (Etude de la continuité)

Partie 1 :

Les fonctions suivantes sont-elles continues sur R ?

1) f définie sur R par $f(x) = \begin{cases} x^3 - 8 \text{ si } x > 2 \\ -1 \text{ si } x \leq 2 \end{cases}$ 2) f définie sur R par $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} + 3 \text{ si } x \neq 0 \\ 3 \text{ si } x = 0 \end{cases}$

3) f définie sur R par $f(x) = \begin{cases} 4x + 1 \text{ si } x < 2 \\ (-2x+1)^2 \text{ si } x \geq 2 \end{cases}$ 4) f définie sur R par $f(x) = \begin{cases} \sqrt{-3x+2} \text{ si } x < \frac{2}{3} \\ 3x - 2 \text{ si } x \geq \frac{2}{3} \end{cases}$

Partie 2 :

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x) = x^2 + 3x + 3 & \text{si } x \leqslant -1 \\ f(x) = \dfrac{2}{x^2+1} & \text{sinon} \end{cases}$

1) Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$.

Partie 3 :

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x) = e^x & \text{si } x \leqslant 1 \\ f(x) = -x^2 + 2x + 1 & \text{sinon} \end{cases}$

1) a) Tracer la fonction f sur $x, y \in [-5 ; 5]$.
   b) Que peut-on conjecturer quant à la continuité de f sur $\mathbb{R}$.
2) Démonter cette conjecture en distinguant les cas $x \neq 0$ et $x = 0$.

Partie 4 :

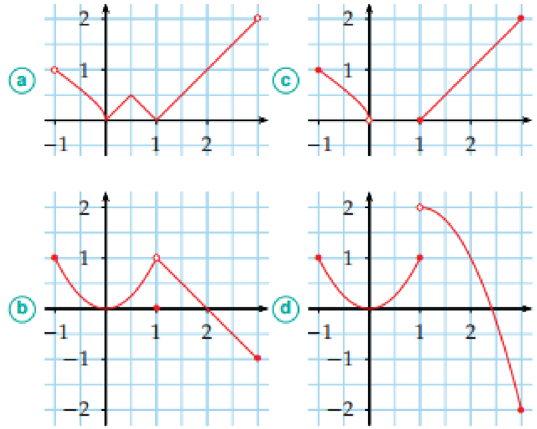
Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x) = \dfrac{x}{1+e^{\frac{1}{x}}} & \text{si } x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$

1) Tracer sur la fonction f pour x non nul sur $x, y \in [-5 ; 5]$.
   Que peut-on conjecturer sur la continuité de f en 0 ?
2) Démontrer cette conjecture.

Partie 5

Dans chaque repère ci-dessous, la courbe tracée représente une fonction f.

1) Déterminer les intervalles où f est continue.
2) Donner l'image de 1 par la fonction f.
   Coïncide-t-elle avec les limites de f en 1, à gauche et à droite ?



Exercice 2 (Utiliser le TVI et encadrement)

Partie 1 :

1) Soit la fonction f définie sur [-1 ; 3] telle que $f(x) = \frac{2}{5}x^5 - 8x^2 - 3$
Dresser le tableau de variations de f et prouver que l'équation f(x) = 2 admet une unique solution sur [2 ; 3]. Donner un encadrement de cette solution à 10^{-2} près

2) Soit la fonction f définie sur [-2 ; 2] telle que $f(x) = -3x^3 + x^2 - x + 4$
Dresser le tableau de variations de f et prouver que l'équation f(x) = 5 admet une unique solution sur [-2 ; 2]. Déterminer une valeur approchée par excès à 10^{-3} près de la solution.

3) Soit la fonction f définie sur [-3 ; 4] telle que $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 4$
Dresser le tableau de variations de f et prouver que l'équation f(x) = 5 admet une unique solution sur [-3 ; 4]. Déterminer une valeur approchée à 0,1 près de la solution.

Partie 2 :

Soit la fonction f definie sur $[-2\,;+\infty[$ par : $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$.

1) Dresser le tableau de variations de la fonction f, on donne $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

2) a) Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet au moins une solution dans $[-2\,;+\infty[$.

b) Montrer que l'équation $f(x) = 5$ admet une unique solution α dans $[-2\,;+\infty[$. Donner un encadrement, par balayage, au dixième près de α.

Partie 3 :

Soit la fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par : $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 12$.

1) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $[0\,;+\infty[$.

2) Par l'algorithme de dichotomie donner un encadrement à 10^{-3} de α

Partie 4 :

On donne le tableau de variations d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$	0	$\nearrow$	e^2	$\searrow$	$-\infty$

1) Justifier que pour $m \in]0\,;\,e^2[$ l'équation $f(x) = m$ admet deux solutions.

2) Justifier que pour $m \in]e^2\,;+\infty[$ l'équation $f(x) = m$ n'admet aucune solution.

Partie 5 :

1) Démontrer que l'équation $e^x + x = 0$ admet une unique solution sur R.

2) Démontrer que l'équation $xe^x = 1$ admet une unique solution dans R

Exercice 3 (Tableau de signes)

Partie 1 :

Soit f la fonction définie sur $[0;1]$ par $f(x) = -x^3 + 15x^2 - 75x + 5$

① Pour tout $x \in \mathbb{R}$, calculer $f'(x)$.

② Dresser le tableau de variations de f.

③ Prouver que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α sur l'intervalle $[0;1]$.

④ Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.

⑤ Donner, en justifiant brièvement, le tableau de signes de $f(x)$ sur $[0;1]$.

⑥ Soit g la fonction définie sur $[0;1]$ par $g(x) = -4x^5 + 75x^4 - 500x^3 + 50x^2$.

(a) Montrer que pour tout $x \in [0;1]$, $g'(x) = 20x\,f(x)$.

(b) En déduire le tableau de variations de g.

Partie 2 :

Soit la fonction f définie et dérivable sur $I =]0\,;+\infty[$ par : $f(x) = e^x + \dfrac{1}{x}$.

1) Démontrer que pour tout $x \in I$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$ où g est une fonction définie sur I que l'on déterminera.

2) a) Démontrer qu'il existe un unique reel α de I tel que $g(\alpha) = 0$ et donner un encadrement de α à 10^{-2}.

b) Déterminer le signe de $g(x)$ suivant les valeur de x.

c) En déduire le tableau de variations de f sur I.

Exercice 4 (Algorithme)

Partie 1 :

On se propose d'étudier la fonction f définie sur R

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$$

1) Calculer la dérivée f' de f
2) Etudier le signe de f' et dresser le tableau de variations de f.
3) Montrer que l'équation f(x) = 0 n'admet pas de solution sur]-∞ ; 1]
4) On se propose d'essayer de déterminer une solution approchée de l'équation f(x) = 0. Compléter le Programme python ci-dessous afin de déterminer une solution approchée de cette équation à 10^{-3} près

```
def f(x):
    f=x**3-3*x-4
    return(f)

def derivée(x):
    g=[redacted]
    return(g)

def Newton(n):
    a=2
    b=3
    while [redacted]
        b=[redacted]
        a=[redacted]
    return(a)

Newton([redacted])
```

Partie 2 :

1) A quoi sert le programme Python ci-dessous ?

```
def approx():
    a=1
    m=1
    while (a**2-2)*(m**2-2)>0:
        m=a
        a=a+10**(2)
    return(m,a)
```

2) Sachant que $\sqrt{3}$ est solution de l'équation $x^2 - 3 = 0$ modifier l'algorithme ci-dessus pour obtenir un encadrement de $\sqrt{3}$ à 10^{-5} près. Donner cet encadrement.

Exercice 5 (Synthèse)

Partie 1 :

On considère la fonction f telle que $f(x) = \frac{2x+1}{x^3-1}$ définie sur R \ {1}

1) Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. Donner, si possible, une interprétation géométrique de ces limites.

3) Calculer la dérivée de f, notée f'

Soit la fonction g, telle que $g(x) = -4x^3 - 3x^2 - 2$

4) Dresser le tableau de variations de g

5) Prouver que l'équation g(x) = 0 admet une unique solution que l'on notera α. En donner une valeur approchée à 0,01 près. En déduire le signe de g.

6) Dresser le tableau de variations de f.

7) Calculer l'équation de la tangente T à C en 0

8) Etudier la position relative de C et de T.

Partie 2 :

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (2x-5)(1-e^{-x})$.

Partie A

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2e^x + 2x - 7$.

1) Déterminer les limites de g en $\pm\infty$.

2) Montrer que la fonction g est croissante sur $\mathbb{R}$.

3) a) Justifier que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans $\mathbb{R}$.

b) Montrer que $\alpha \in [0\,;\,1]$ puis déterminer une valeur approchée de α à 10^{-3} près à l'aide de l'algorithme de dichotomie.

4) En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.

Partie B

1) Déterminer les limites de f en $\pm\infty$.

2) Déterminer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = g(x)\,e^{-x}$.

3) Déterminer le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$ puis dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

4) Démontrer que $f(\alpha) = \dfrac{(2\alpha-5)^2}{2\alpha-7}$ puis déduire de $f(\alpha)$ à 10^{-3} près.

5) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - (2x-5)]$.

En déduire que la droite D d'équation $y = 2x - 5$ est asymptote à $\mathscr{C}_f$ en $+\infty$.

Partie 3 :

Partie 1

Soit g la fonction définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par $g(x) = e^x - xe^x + 1$.

1. Déterminer la limite de g en $+\infty$.

2. Étudier les variations de la fonction g.

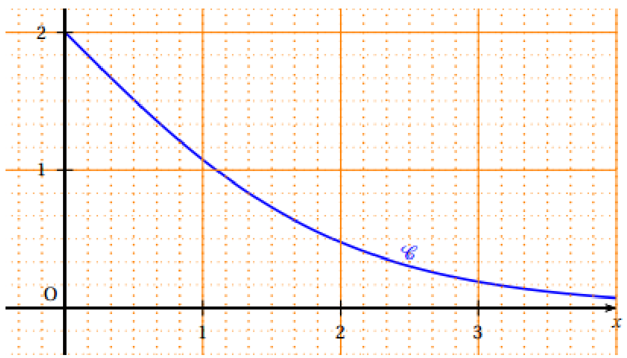
3. Donner le tableau de variations de g.

4. a. Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet sur $[0\,;\,+\infty[$ une unique solution. On note α cette solution.

b. À l'aide de la calculatrice, déterminer un encadrement d'amplitude 10^{-2} de α.

c. Démontrer que $e^\alpha = \dfrac{1}{\alpha-1}$.

5. Déterminer le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.



Partie 2

Soit A la fonction définie et dérivable sur $[0\,;+\infty[$ telle que $A(x) = \dfrac{4x}{e^x+1}$.

1. Démontrer que pour tout réel x positif ou nul, $A'(x)$ a le même signe que $g(x)$, où g est la fonction définie dans la partie 1.
2. En déduire les variations de la fonction A sur $[0\,;+\infty[$.

Partie 3

On considère la fonction f définie sur $[0\,;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{4}{e^x+1}$.

On note $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

La figure est donnée en annexe.

Pour tout réel x positif ou nul, on note :

M le point de $(\mathscr{C})$ de coordonnées $(x\,;f(x))$,

P le point de coordonnées $(x\,;0)$,

Q le point de coordonnées $(0\,;f(x))$.

1. Démontrer que l'aire du rectangle $OPMQ$ est maximale lorsque M a pour abscisse α.
   On rappelle que le réel α a été défini dans la partie 1.
2. Le point M a pour abscisse α.
   La tangente (T) en M à la courbe $(\mathscr{C})$ est-elle parallèle à la droite (PQ) ?
   Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Partie 4 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{x^3+x^2-3}{x^2+1}$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1 Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=x^3+3x+8$.

a) Démontrer que l'équation $g(x)=0$ admet dans $\mathbb{R}$ une unique solution que l'on note α.
Donner un encadrement d'amplitude 10^{-2} de α.

b) Déterminer le signe de $g(x)$.

2 a) Étudier le sens de variation de f.

b) Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$ puis dresser le tableau de variation de f.

c) Démontrer que $f(\alpha)=1+\dfrac{3}{2}\alpha$. En déduire un encadrement de $f(\alpha)$.

3 a) On note $\varphi(x)=f(x)-(x+1)$. Calculer la limite de $\varphi(x)$ en $-\infty$ et en $+\infty$.
Étudier le signe de $\varphi(x)$. Que peut-on déduire de ces résultats concernant la courbe $\mathscr{C}_f$ et la droite Δ d'équation $y=x+1$?

b) Déterminer les points de $\mathscr{C}_f$ en lesquelles la tangentes est parallèle à Δ.

c) Déterminer une équation de la tangente T à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse -1.
Que remarque-t-on concernant les droites T et Δ ?

4 Tracer la courbe $\mathscr{C}_f$ en s'appuyant sur les éléments mise en évidence au cours de l'exercice.

<u>Exercice 6 (Concret éco)</u>

Partie A

On considère la fonction g définie sur $[1;11]$ par :

$$g:\left\{\begin{array}{rcl}[1;11] & \longrightarrow & \mathbb{R}\\ x & \longmapsto & g(x)=-\dfrac{x^3}{3}+3x^2+27x+1\end{array}\right.$$

1. Montrer que g est dérivable et que sa dérivée est définie sur $[1;11]$ par :
$$g'(x)=-x^2+6x+27$$
2. Étudier le signe de la dérivée signe sur $[1;11]$.
3. En déduire les variations de g sur $[1;11]$. On fera clairement figurer les images par g des bornes de l'intervalle d'étude et des racines de g'.
4. **Approximation de la solution de l'équation $g(x)=150$.**

4. a. Montrer que l'équation $g(x)=150$ admet une unique solution α sur l'intervalle de définition. Donner un intervalle comprenant α sur lequel la fonction est monotone.

4. b. Avec la calculatrice, donner une valeur une valeur approchée de α au centième.

Partie B

Une usine fabrique et commercialise des toboggans. Sa capacité mensuelle de production est comprise entre 100 et 1 100. On suppose que toute la production est commercialisée. Le bénéfice mensuel, exprimé en milliers d'euros, réalisé pour la production et la vente de x centaines de toboggans est modélisé sur l'intervalle $[1;11]$ par la fonction g. En utilisant la partie A, répondre aux questions suivantes :

5. Déterminer le nombre de toboggans que l'usine doit produire pour obtenir un bénéfice maximal et donner ce bénéfice, arrondi à l'euro.
6. Calculer la production permettant d'obtenir un bénéfice supérieur ou égal à 150 000 euros.

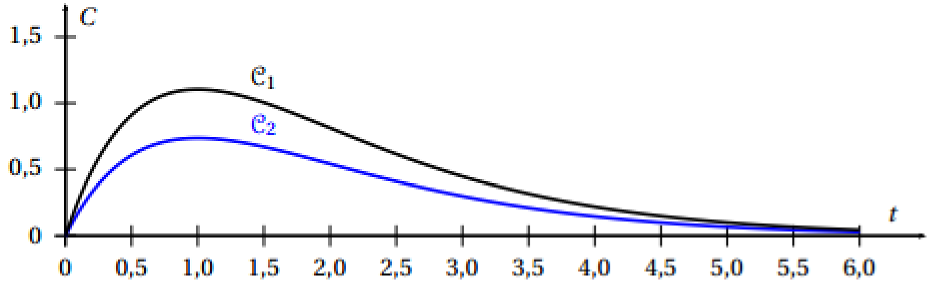
Exercice 7 (Concret physique)

Partie A

Voici deux courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ qui donnent pour deux personnes P_1 et P_2 de corpulences différentes la concentration C d'alcool dans le sang (taux d'alcoolémie) en fonction du temps t après ingestion de la même quantité d'alcool. L'instant $t = 0$ correspond au moment où les deux individus ingèrent l'alcool.

C est exprimée en gramme par litre et t en heure.

Définition : La corpulence est le nom scientifique correspondant au volume du corps



1. La fonction C est définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ et on note C' sa fonction dérivée. À un instant t positif ou nul, la vitesse d'apparition d'alcool dans le sang est donnée par $C'(t)$.

   À quel instant cette vitesse est-elle maximale ?

   On dit souvent qu'une personne de faible corpulence subit plus vite les effets de l'alcool.

2. Sur le graphique précédent, identifier la courbe correspondant à la personne la plus corpulente. Justifier le choix effectué.

3. Une personne à jeûn absorbe de l'alcool. On admet que la concentration C d'alcool dans son sang peut être modélisée par la fonction f définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par

$$f(t) = Ate^{-t}$$

   où A est une constante positive qui dépend de la corpulence et de la quantité d'alcool absorbée.

   a. On note f' la fonction dérivée de la fonction f. Déterminer $f'(0)$.

   b. L'affirmation suivante est-elle vraie ?

   « À quantité d'alcool absorbée égale, plus A est grand, plus la personne est corpulente. »

1. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$.

2. À quel instant la concentration d'alcool dans le sang de Paul est-elle maximale ? Quelle est alors sa valeur ? Arrondir à 10^{-2} près.

3. Rappeler la limite de $\dfrac{e^t}{t}$ lorsque t tend vers $+\infty$ et en déduire celle de $f(t)$ en $+\infty$.

   Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

4. Paul veut savoir au bout de combien de temps il peut prendre sa voiture. On rappelle que la législation autorise une concentration maximale d'alcool dans le sang de $0,2$ g.L^{-1} pour un jeune conducteur.

   a. Démontrer qu'il existe deux nombres réels t_1 et t_2 tels que $f(t_1) = f(t_2) = 0,2$.

   b. Quelle durée minimale Paul doit-il attendre avant de pouvoir prendre le volant en toute légalité ?

   Donner le résultat arrondi à la minute la plus proche.

5. La concentration minimale d'alcool détectable dans le sang est estimée à 5×10^{-3} g.L^{-1}.

   a. Justifier qu'il existe un instant T à partir duquel la concentration d'alcool dans le sang n'est plus détectable.

   b. On donne l'algorithme suivant où f est la fonction définie par $f(t) = 2te^{-t}$.

Initialisation :	t prend la valeur $3,5$
	p prend la valeur $0,25$
	C prend la valeur $0,21$
Traitement :	Tant que $C > 5 \times 10^{-3}$ faire :
	t prend la valeur $t + p$
	C prend la valeur $f(t)$
	Fin Tant que
Sortie :	Afficher t

   Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant en exécutant cet algorithme.

   Arrondir les valeurs à 10^{-2} près.

	Initialisation	Étape 1	Étape 2
p	0,25		
t	3,5		
C	0,21		

   Que représente la valeur affichée par cet algorithme ?

Exercice 8 (Suites et fonctions)

Partie 1 :

Partie A

On considère la fonction g définie sur $[0\,;+\infty[$ par

$$g(x) = e^x - x - 1.$$

1. Étudier les variations de la fonction g.
2. Déterminer le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x.
3. En déduire que pour tout x de $[0\,;+\infty[$, $e^x - x > 0$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur $[0\,;1]$ par

$$f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x}.$$

La courbe $(\mathscr{C})$ représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormal est donnée en annexe.
Cette annexe sera complétée et remise avec la copie à la fin de l'épreuve.
On admet que f est strictement croissante sur $[0\,;1]$.

1. Montrer que pour tout x de $[0\,;1]$, $f(x) \in [0\,;1]$.
2. Soit (D) la droite d'équation $y = x$.
   - **a.** Montrer que pour tout x de $[0\,;1]$, $f(x) - x = \dfrac{(1-x)g(x)}{e^x - x}$.
   - **b.** Étudier la position relative de la droite (D) et de la courbe $(\mathscr{C})$ sur $[0\,;1]$.

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 = \dfrac{1}{2} \\ u_{n+1} = f(u_n), \quad \text{pour tout entier naturel } n. \end{cases}$$

1. Construire sur l'axe des abscisses les quatre premiers termes de la suite en laissant apparents les traits de construction.
2. Montrer que pour tout entier naturel n, $\dfrac{1}{2} \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$.
3. En déduire que la suite (u_n) est convergente et déterminer sa limite.

Partie 2 :

1) Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{R}$ par : $u_0 = 0,1$ et $u_{n+1} = 2u_n(1-u_n)$.
On admet que (u_n) est croissante et convergente vers ℓ. Déterminer ℓ.

2) Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{R}$ par : $u_0 = 6$ et $u_{n+1} = \dfrac{1}{3}\sqrt{u_n^2 + 8}$.
On admet que (u_n) est décroissante et convergente vers ℓ. Déterminer ℓ.

3) Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{R}$ par : $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = \dfrac{2 + 3u_n}{4 + u_n}$.
On admet que (u_n) est minorée par 1 et convergente vers ℓ. Déterminer ℓ.

Partie 3 :

Soit la fonction f définie sur $I = [0\,;\,1]$ par : $f(x) = 2x(1-x)$.

1) a) Justifier que f est continue sur I.
   b) Résoudre l'équation $f(x) = x$ dans I.
   c) Montrer que si $x \in \left[0\,;\,\dfrac{1}{2}\right]$ alors $f(x) \in \left[0\,;\,\dfrac{1}{2}\right]$.
   d) Quelles sont les variations de f sur I ?

2) On définit la suite sur $\mathbb{N}$ par : $u_0 = -0,1$ et $u_{n+1} = f(u_n)$.
   a) Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, la suite u_n est croissante et majorée sur I.
   b) En déduire que la suite (u_n) est convergente vers ℓ puis déterminer ℓ.

Exercice 9 (QCM)

Partie 1 :

On considère une fonction f définie sur $]-\infty\,;3[\cup]3\,;+\infty[$. La fonction f est continue sur son domaine de définition, elle est strictement monotone sur les intervalles $]-\infty\,;0[$, $]0\,;3[$, $]3\,;6[$, et $]6\,;+\infty[$. Le tableau de variation de f est le suivant :

x	$-\infty$		0		3		6		$+\infty$
f	$+\infty$	↘	$\frac{5e^2}{4}$	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$\frac{7\sqrt{2}}{5}$	↘	-3

Question 11 : Dans $]-\infty\,;3[\cup]3\,;+\infty[$ l'équation $f(x) = 0$ admet :

a. aucune solution

b. exactement 1 solution

c. exactement 2 solutions

d. exactement 3 solutions.

Partie 2 :

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$.

5. f est continue en -1 signifie que :

a. $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$ est un réel

b. $\lim\limits_{x\to 0} f(x-1)$ est un réel

c. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f(-1+x) - f(-1)}{x}$ est un réel

d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

Partie 3 :

Soit g une fonction définie sur $[-1\,;\,2]$ telle que $g(-1)=2$; $g(0)=1$; $g(1)=0$ et $g(2)=-1$.

On est certain que sur $[-1\,;\,2]$, l'équation $g(x)=0,5$:

a. n'admet pas de solution

b. admet une unique solution

c. admet au moins une solution

d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

Exercice 10 (Vrai/faux)

Partie 1 :

Soit la fonction f définie par : $f(x)=\sqrt{x^3-3x+3}$.

1) **Proposition 1 :** « $x^3-3x+3=0$ admet une unique solution α sur $\mathbb{R}$. »

2) **Proposition 2 :** « La fonction f est dérivable sur $]\alpha\,;+\infty[$. »

3) **Proposition 3 :** « $\forall m\in\mathbb{R}_+,\ f(x)=m$ admet une unique solution sur $\mathbb{R}$. »

Partie 2 :

Soit la fonction f définie sur $[-3\,;\,1]$ par $f(x)=\dfrac{xe^x}{e^x+1}$ et g définie par : $g(x)=e^x+x+1$.

A. La fonction dérivée $f'(x)$ est égale à $\dfrac{e^x g(x)}{e^x+1}$.

B. Il existe un seul réel a, $-2<a<1$, tel que $g(a)=0$

C. Si $g(a)=0$ avec $-2<a<1$, alors $f(a)=a$.