EXERCICES – LA FONCTION CARREE

Exercice 1 (Calculs d'images/antécédents – Graphique/calcul)

Partie 1 :

Calculer les images des nombres suivants par la fonction carré : -2 ; $\sqrt{3}$; $\frac{1}{3}$ et $-\frac{\sqrt{3}}{5}$

Partie 2 :

f est la fonction carrée. Calculer les images par f des nombres suivants :

a) 4 b) 100 c) 0 d) $-\frac{3}{4}$ e) $0,1$

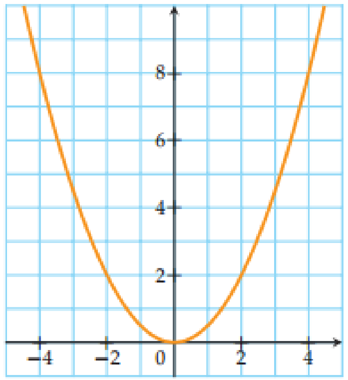
Partie 3 :

f est la fonction carrée. Déterminer les antécédents par f, lorsque cela est possible, de chacun des réels suivants :

a) 1 b) -4 c) 0 d) $\frac{5}{4}$ e) 100

Partie 4 :

Voici la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.



1) Par lecture graphique, compléter les égalités suivantes :

a) $f(...) = 4$ c) $f(...) = 0,5$

b) $f(2) = ...$ d) $f(0) = ...$

2) Par lecture graphique, compléter le tableau de valeurs suivant.

x	-3	-1		1		
$f(x)$			2		7	5

Partie 5 :

Afficher à l'écran de la calculatrice la courbe de la fonction carrée sur l'intervalle I suivant en précisant la fenêtre utilisée :

a) $I = [-0,3; 0,3]$ b) $I = [100; 1\,000]$

Exercice 2 (Résoudre une inéquation)

Dans un repère orthonormé (O, I, J), construire la représentation graphique de la fonction carré sur [-4 ; 4].

Résoudre graphiquement sur R les équations et inéquations suivantes puis les résoudre par le calcul.

1) $x^2 = 4$ 2) $x^2 = -2$ 3) $x^2 = 0$ 4) $x^2 = 7$ 5) $x^2 = \frac{4}{5}$ 6) $x^2 < 9$ 7) $x^2 > -3$ 8) $x^2 \leq 2$ 9) $x^2 \geq 4$ 10) $x^2 < -1$ 11) $2 < x^2 \leq 4$

12) $5 \leq x^2 \leq 9$ 13) $5 \leq 2x^2 + 3$

Exercice 3 (Comparer deux carrés)

Partie 1 :

Citer la propriété de la fonction carrée qui permet d'affirmer sans calcul que :

a) $5,15 \leqslant 5,825$ donc $5,15^2 \leqslant 5,825^2$

b) $-3,52 \leqslant -3,07$ donc $(-3,52)^2 \geqslant (-3,07)^2$

Partie 2 :

Dans chaque cas, comparer les nombres suivants sans les calculer

1) 3^2 et 5^2 2) $(-2)^2$ et $(-3)^2$ 3) -2^2 et $(-2)^2$

4) $(\frac{2}{3})^2$ et $(\frac{3}{5})^2$

5) $2,01^2$ et $2,001^2$ 6) $-1,01^2$ et $-0,99^2$ 7) $(\pi + 1)^2$ et $(\pi + 2)^2$

Partie 3 :

Comparer les nombres suivants sans les calculer.

1) $(-0,7)^2$ et $(-0,082)^2$ 3) $(\pi - 1)^2$ et 16

2) $(2-\pi)^2$ et $(\pi+1)^2$ 4) $(-1,25)^2$ et $2,25^2$

Exercice 4 (Encadrer un carré)

Partie 1 :

Soit f la fonction carrée. Si $x \in [1;3]$ à quel intervalle appartient $f(x)$. On pourra s'aider d'un tableau de variation.

Partie 2 :

Déterminer un encadrement de x^2 dans les cas suivants :

1) $3 < x < 4$ 2) $-2 < x < -1$ 3) $-3 \leq x < 4$

4) $-3 < x \leq 2$

5) $-\sqrt{2} < x \leq 1$ 6) $x \in [3;9]$

Exercice 5 (Synthèse)

Partie 1 :

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x^2 - 3$.

1) Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle $[-2;2]$.
2) Afficher à l'écran de votre calculatrice la fonction f sur l'intervalle $[-2;2]$. Conjecturer un élément de symétrie de cette courbe.
3) Démontrer cette conjecture.

Partie 2 :

Sur une Peugeot 406 1,6i, les variations de la résistance R (en Ω) de la sonde de «température d'eau» en fonction de la température T (en °C) du liquide dans le circuit de refroidissement sont données par :

$$R = 0,58T^2 - 116T + 6000 \quad (\text{avec } 0 \leqslant T \leqslant 150).$$

a) Vérifier que $R = 0,58(T-100)^2 + 200$.

b) Quel est le minimum de cette résistance ? A quelle température est-il atteint ?

Partie 3 :

Fonction carrée

1) f est la fonction carrée. Calculer les images par f des nombres suivants :

a) 4 b) 100 c) 0 d) $-\frac{3}{4}$ e) $0,1$

2) f est la fonction carrée et $\mathscr{P}$ sa parabole représentative. Expliquer graphiquement puis algébriquement pourquoi :

a) il existe deux réels qui ont 4 comme image par f.

b) il n'existe pas d'image pour -1

3) f est la fonction carrée. Déterminer les antécédents par f, lorsque cela est possible, de chacun des réels suivants :

a) 1 b) -4 c) 0 d) $\frac{5}{4}$ e) 100

4) Afficher à l'écran de la calculatrice la courbe de la fonction carrée sur l'intervalle I suivant en précisant la fenêtre utilisée :

a) $I = [-0,3; 0,3]$ b) $I = [100; 1\,000]$

5) Citer la propriété de la fonction carrée qui permet d'affirmer sans calcul que :

a) $5,15 \leqslant 5,825$ donc $5,15^2 \leqslant 5,825^2$

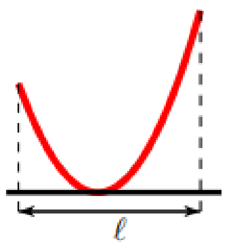
b) $-3,52 \leqslant -3,07$ donc $(-3,52)^2 \geqslant (-3,07)^2$

6) Soit f la fonction carrée. Si $x \in [1;3]$ à quel intervalle appartient $f(x)$. On pourra s'aider d'un tableau de variation.

Exercice 6 (Problème)

La schématisation d'une sculpture construite à l'aide de la fonction carrée est haute de 5 m d'un côté et de 3 m de l'autre.

Calculer la valeur approchée au cm près de sa largeur ℓ.



Exercice 7 (Vrai/faux)

Un peu de logique

x désigne un nombre réel. Dans chaque cas, dire si la proposition est vraie ou fausse. Si elle vraie, indiquer la propriété qui permet de l'affirmer. Si elle est fausse, expliquer pourquoi à l'aide d'un contre exemple.

a) Si $x \geq 3$, alors $x^2 \geq 9$.

b) Si $x \leq 2$, alors $x^2 \leq 4$.

c) Si $x \leq -1$, alors $x^2 \geq 1$.

d) Si $-5 \leq x \leq -1$ alors $0 \leq x^2 \leq 30$.

e) Si $-1 \leq x \leq 2$ alors $1 \leq x^2 \leq 4$.

f) Si $a = b$, alors $a^2 = b^2$.

g) Si $a^2 \neq b^2$ alors $a \neq b$

h) Si $a^2 = b^2$ alors $a = b$.