

EXERCICES – LA FONCTION CUBE

Exercice 1 (Calculs d'images/antécédents – Graphique/calcul)

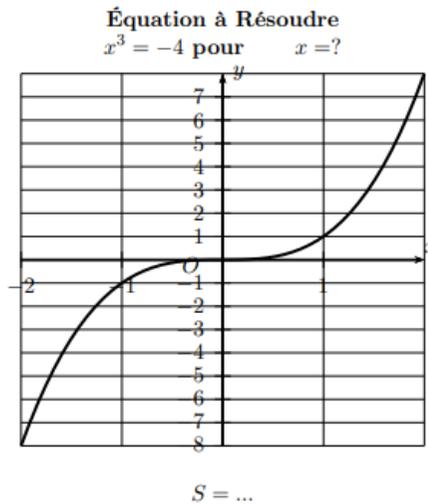
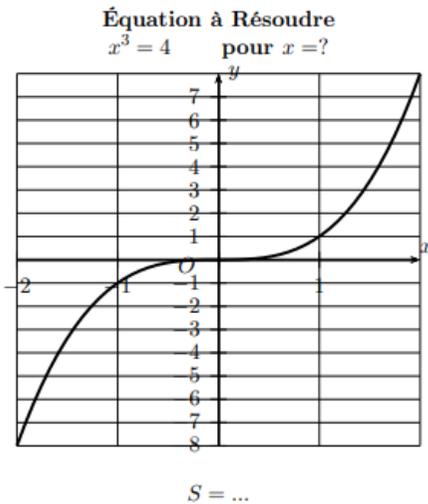
Partie 1 :

Calculer les images des nombres suivants par la fonction cube : -2 ; 3 ; $\frac{1}{3}$ et $-\frac{1}{5}$

Partie 2 :

- | | |
|------------------------------|---|
| • Le cube de 0 vaut : ... | • Le cube de $-1,5$ vaut : ... |
| • Le cube de 1 vaut : ... | • Le cube de $\frac{2}{3}$ vaut : ... |
| • Le cube de 3 vaut : ... | • Le cube de $\frac{-1}{5}$ vaut : ... |
| • Le cube de -3 vaut : ... | • Le cube de $\sqrt{2}$ vaut : ... |
| • Le cube de 0,5 vaut : ... | • Le cube de $-\sqrt{3}$ vaut : ... |
| • Le cube de 0,1 vaut : ... | • Le cube de $\frac{10}{\sqrt{5}}$ vaut : ... |

Partie 3 :



Partie 4 :

Résoudre chacune des équations dans \mathbb{R}

- | | |
|-----------------|-----------------|
| (a) $x^3 = 27$ | (c) $x^3 = 10$ |
| (b) $x^3 = -27$ | (d) $x^3 = -10$ |

Exercice 2 (Résoudre une inéquation)

Dans un repère orthonormé (O, I, J), construire la représentation graphique de la fonction cube sur $[-3 ; 3]$.

Résoudre graphiquement sur \mathbb{R} les équations et inéquations suivantes puis les résoudre par le calcul.

- | | | | | |
|--------------------------|-----------------------|-----------------|------------------|------------------------|
| 1) $x^3 = 8$ | 2) $x^3 = -2$ | 3) $x^3 = 0$ | 4) $x^3 = 7$ | 5) $x^3 = \frac{4}{5}$ |
| 6) $x^3 < 27$ | 7) $x^3 > -3$ | 8) $x^3 \leq 1$ | 9) $x^3 \geq -8$ | 10) $x^3 < -1$ |
| 11) $2 < x^3 \leq 8$ | | | | |
| 12) $5 \leq x^3 \leq 27$ | 13) $5 \leq 2x^3 + 3$ | | | |

Exercice 3 (Comparer deux cubes)

Partie 1 :

Sans calculatrice, ranger les nombres suivants par ordre croissant.

1.

$(\sqrt{2} - 2)^3$

$\sqrt{3}^3$

0

$(-3)^3$

π^3

Partie 2 :

Dans chaque cas, comparer les nombres suivants sans les calculer

- | | | |
|---|---------------------------|-----------------------------------|
| 1) 3^3 et 5^3 | 2) $(-2)^3$ et $(-3)^3$ | 3) -2^3 et $(-2)^3$ |
| 4) $(\frac{2}{3})^3$ et $(\frac{2}{5})^3$ | | |
| 5) 2.01^3 et $2,001^3$ | 6) $-1,01^3$ et $-0,99^3$ | 7) $(\pi + 1)^3$ et $(\pi + 2)^3$ |

Exercice 4 (Encadrer un cube)

Partie 1 :

Déterminer un encadrement de x^3 ou une inégalité que vérifie x^3 dans chacun des cas suivants.

1. $-3 \leq x < 2$

2. $-\sqrt{2} < 2x \leq 1$

3. $x \geq \frac{5}{6}$

4. $x < \frac{\sqrt[3]{5}}{2}$

Partie 2 :

Déterminer un encadrement de x^3 dans les cas suivants :

1) $3 < x < 4$

2) $-2 < x < -1$

3) $-3 \leq x < 4$

4) $-3 < x \leq 2$

5) $-\sqrt{2} < x \leq 1$

6) $x \in [3; 9]$

Exercice 5 (Synthèse)

Partie 1 :

On considère les fonctions f et g définies sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = x^3 + 12x^2 - 27x \quad \text{et}$$

$$g(x) = x^3 + 6x^2 - 63x$$

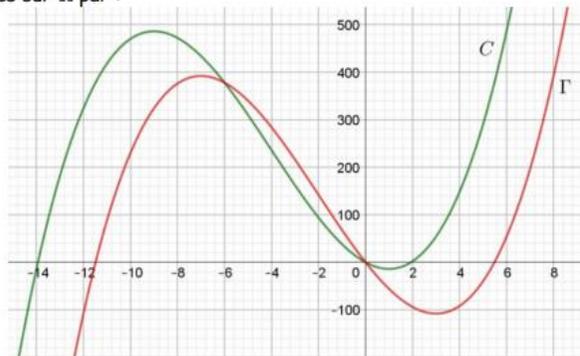
Les courbes représentatives de f et g sont données ci-dessous :

1) Préciser en justifiant laquelle des courbes C et Γ représente la fonction f .

2) a) Etudier le signe de la fonction

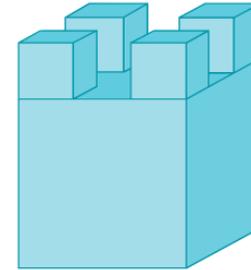
$$d(x) = f(x) - g(x).$$

b) En déduire les positions relatives de C et Γ .



Partie 2 :

On souhaite réaliser le solide ci-dessous. Celui-ci est composé d'un cube sur lequel on dispose quatre cubes dont les côtés ont une longueur trois fois inférieure à celle des arêtes du gros cube.



1. On note x la longueur (en cm) d'une arête du grand cube.

a. À quel intervalle I le réel x doit-il appartenir ?

b. Déterminer, en fonction de $x \in I$, la surface $S(x)$ de la face avant du solide.

c. Déterminer, en fonction de $x \in I$, le volume $V(x)$ du solide.

2. On souhaite que la surface de la face avant soit de 44 cm^2 . Quelle doit être la longueur des arêtes du grand cube ? Quel est alors le volume du solide ?

3. On souhaite à présent que le volume du solide soit égal à $\frac{837}{8} \text{ cm}^3$.

a. Quelle doit être la longueur des arêtes du grand cube ?

b. Quelle est alors la surface de la face avant du solide ?

4. Tracer les courbes représentatives C_S et C_V de S et de V sur \mathbb{R}^+ . Semble-t-il exister une valeur de x non nulle pour laquelle $S(x) = V(x)$? Si oui, la déterminer.

5. Conjecturer la position relative des courbes C_S et C_V .

Exercice 6 (QCM)

Donner, la ou les bonne(s) réponses aux questions suivantes :

1) Dans un repère, le point A d'abscisse 2 appartient à la courbe de la fonction cube.

L'ordonnée de A est :

a) 2

b) 6

c) 8

2) Sur $[-\infty ; 0]$, la fonction cube est :

a) décroissante

b) croissante

c) croissante puis décroissante

3) Dans un repère orthogonal, la courbe représentative de la fonction $x \rightarrow x^3$ est symétrique par rapport :

a) à l'axe des ordonnées

b) à l'origine du repère

c) à l'axe des abscisses

4) Sur \mathbb{R} , la fonction cube est :

a) positive

b) négative

c) négative puis positive