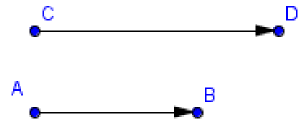
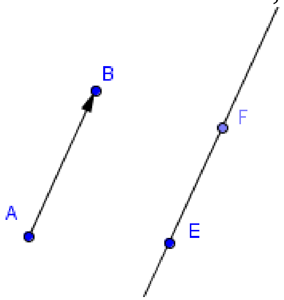
DROITES - COURS

Colinéarité de deux vecteurs :
$\vec{u}(x;y)$ et $\vec{v}(x';y')$ sont colinéaires si et seulement si $x \times y' - x' \times y = 0$
Autre définition : $\vec{u}$et $\vec{v}$sont colinéaires si et seulement si$\vec{u} = k \times \vec{v}$ avec k un réel.
$\overrightarrow{AB}$et$\overrightarrow{CD}$ colinéaires signifie que (AB) et (CD) sont parallèles.
$\overrightarrow{AB}$et$\overrightarrow{AD}$ colinéaires signifie que A, B et D sont alignés



Vecteur directeur d'une droite : c'est un vecteur de même direction que la droite (« parallèle ») à la droite.
Pour une droite donnée, il existe une infinité de vecteurs directeurs.



$\overrightarrow{AB}$et$\overrightarrow{EF}$ sont deux vecteurs directeurs de (EF).

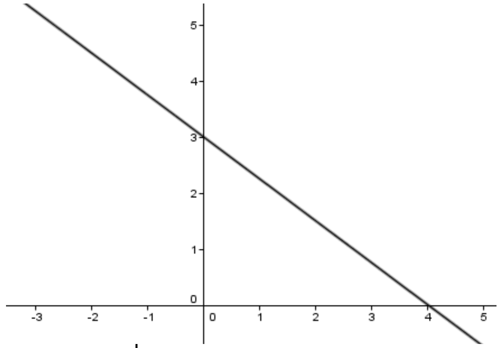
Equation cartésienne d'une droite :
Soit $\vec{u}$ (-b ; a) un vecteur directeur d'une droite (d) et un point A$(x_A; y_A)$, une équation cartésienne de (d) est donc :

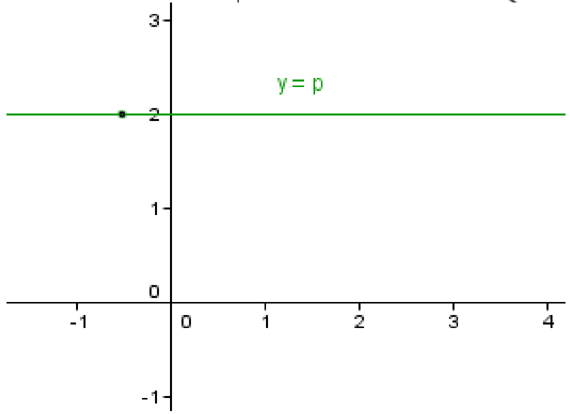
$$\boldsymbol{ax + by + c = 0} \qquad \text{avec} c = -ax_A - by_A$$

Equation réduite d'une droite :
Si $b \neq 0$ alors on peut écrire l'équation réduite de la droite :

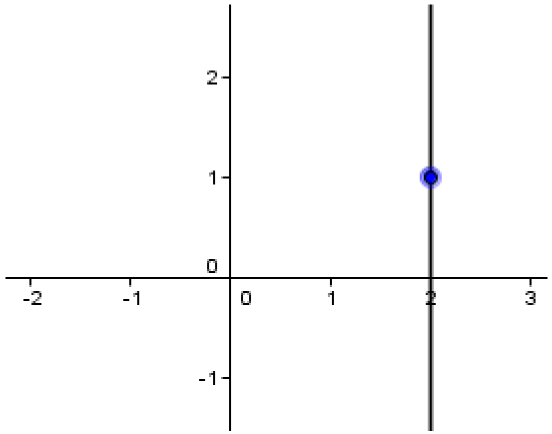
$$\boldsymbol{y = mx + p}$$

Avec $m = -\frac{a}{b}$**(pente ou coefficient directeur de la droite)** et $p = -\frac{c}{b}$
Un vecteur directeur de la droite est alors $\vec{u}$ (1 ; m)
La droite est alors oblique ou horizontale (dans ce cas y = p car m = 0).





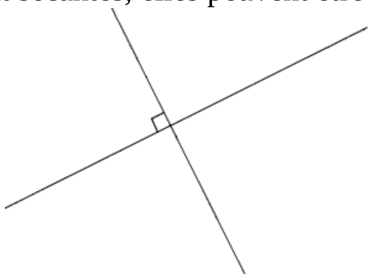
Si $b = 0$ alors la droite est verticale et on a une équation du type : $x = -\frac{c}{a}$



Position relative de deux droites dans un plan :

Parallèles confondues sécantes

Dans le cas où elles sont sécantes, elles peuvent être **perpendiculaires**



Système linéaires de deux équations à deux inconnues :

Etudier la position relative de deux droites (d) et (d') revient à résoudre un système linéaire de deux équations à deux inconnues à partir des équations cartésiennes (ou réduites) de ces deux droites.

$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ a'x + b'y + c' = 0 \end{cases}$$

a, a', b, b', c et c' des réels fixés et x ; y les inconnues :

Résolution : Combinaison ou substitution.

Interprétation de la résolution :

- Le système a une unique solution ↔ droites sécantes (on obtient le point d'intersection)
- Le système a une infinité de solutions ↔ droites confondues
- Le système n'a aucunesolution ↔ droites parallèles

Remarque : Si on sait que les droites ne sont pas confondues, on peut étudier la position relative à partir des vecteurs directeurs des droites :

- Colinéaires ↔ droites parallèles
- Non colinéaires ↔ droites sécantes

Démonstrations : Equation cartésienne d'une droite

Algorithmes :

Alignement de trois points : $A(x_A; y_A)$; $B(x_B; y_B)$ et $C(x_C; y_C)$

- Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x = x_B - x_A \\ y = y_B - y_A \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x' = x_C - x_A \\ y' = y_C - y_A \end{pmatrix}$
- Tester si $xy' - yx' = 0$
- Oui ↔ alignés Non ↔ pas alignés

<table>
<tr><th>Langage naturel</th><th>Python</th></tr>
<tr><td>Saisir x_A , y_A ; x_B; y_B; x_C; y_C
x ← $x_B - x_A$
x' ← $x_C - x_A$1
y←$y_B - y_A$
y'←$y_C - y_A$
Si $xy' - yx' = 0$
afficher « les points sont alignés)
Sinon
afficher « les points ne sont pas alignés)</td><td><pre><code>def alignement(xA,yA,xB,yB,xC,yC):
    x=xB-xA
    y=yB-yA
    xd=xC-xA
    yd=yC-yA
    if x*yd-y*xd==0:
        print("les points sont alignés")
    else:
        print("les points ne sont pas alignés")</code></pre></td></tr>
</table>

Déterminer une équation de droites passant par deux points : $A(x_A; y_A)$; $B(x_B; y_B)$

- Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -b = x_B - x_A \\ a = y_B - y_A \end{pmatrix}$ vecteur directeur pour avoir a et b
- Calculer c avec les coordonnées de A (ou B)

<table>
<tr><th>Langage naturel</th><th>Python</th></tr>
<tr><td>Saisir x_A , y_A ; x_B; y_B
b ← $-(x_B - x_A)$
a←$y_B - y_A$
c← $-ax_A - by_A$
Afficher (« ax+by+c=0 »)</td><td><pre><code>def equadroite(xA,yA,xB,yB):
    b=-(xB-xA)
    a=yB-yA
    c=-a*xA-b*yA
    print(a,"x+",b,"y+",c,"=0")</code></pre></td></tr>
</table>

Méthodes (exercices) :

	Hachette	**Hatier**	**Mes exos**	**Sesamaths**	**Mathx**
A) Calculer l'équation cartésienne d'une droite	14-15	44,45,42,26	Ex. 1	112	16,26-30,38,47
B) Trouver un vecteur directeur/pente à partir d'une équation		46	Ex. 2		32
C) Trouver l'équation réduite à partir de la cartésienne	19	47	Ex. 3	114	11,36-37
D) point appartient à une droite ?/ alignement	21,37-38	**24-25,33-46**	Ex. 4	117	23
E) Tracer la représentation graphique d'une droite	20,13	51-60,27	Ex. 5	111	31,33
F) Lire l'équation d'une droite	16-18,22,23,28,29	61-65,28	Ex. 6	113	13
G) Résoudre un système	39-44,67	**28-29,66-68**	Ex. 7	116	19,20,54-61,79-80
H) Etudier la position relative de deux droites	30-36	**26-27,30-32,53-59,69**	Ex. 8	115	14,18,42-46,50

Exercices de synthèse :

	Hachette	**Hatier**	**Mes exos**	**Sesamaths**	**Mathx**
Algorithmes	25,53,64,81	48,77,**86**	Ex.12		24,73
Synthèse	52	81,83,**80-82**	Ex.9	119-121	53,81,85
Problème de configuration	61,68,70	71,80,**75**	--		52,82-84,86
Problème en dehors de la géométrie	45-46,65,66,78	73,74,**73-74,85**	Ex.11	118,122-123	35,62-69
QCM	54		-		106-110
Vrai/faux			-		91-98
Prise d'initiative	56,57		Ex ; 10		90
Approfondissement		**90-92**	-		

Hatier chap 1 ; **chap 2**