METHODES A CONNAITRE – NOMBRES ET CALCULS

Problème A : Déterminer l'ensemble auquel appartient un nombre

Questions-types :
- Le nombre x appartient-il à $\mathbb{D}$?
- Le nombre x appartient-il à [a ; b] ?

Procédure :
Pour les grands ensembles ($\mathbb{D}$, $\mathbb{R}$,…) :
1) Utiliser la calculatrice pour conjecturer la réponse, le plus petit ensemble auquel appartient le nombre. Le nombre appartient alors à tous les ensembles qui inclus ce petit ensemble.
2) Si le nombre est une fraction, la rendre irréductible
3) Si le nombre est une racine carré, la simplifier au maximum en utilisant les carrés parfaits

Pour un intervalle [a ; b] :
1) Utiliser la calculatrice pour voir si le nombre est compris entre a et b
2) Si l'intervalle est de la forme *[a ; +∞[ou]-∞ ;a] ;* il faut juste regarder si x est plus grand ou plus petit que a. Attention à l'ouverture des crochets.

Exemples :- Déterminer à quels grands ensembles appartient le nombre $\frac{8}{4}$? $\sqrt{16}$? $2\sqrt{2}$?
- π appartient-il à l'ensemble [3 ; 4] ?

A vous de jouer : Déterminer à quels grands ensembles appartient le nombre $\frac{7}{2}$? $\sqrt{18}$? $2\sqrt{4}$?
$\sqrt{3}$ appartient-il à l'ensemble [1 ; 2] ?

Problème B : Calculer la valeur absolue d'un nombre/Calculer une distance

Questions-types : - Calculer $|-3|$
- *Déterminer la distance entre -5 et 6*

Procédure :
Calcul d'une valeur absolue :
Calculer l'expression à l'intérieur de la valeur absolue.
- Si la valeur obtenue est positive, alors la valeur absolue renvoie ce nombre
- Sinon elle renvoie l'opposé de ce nombre

Calculer une distance entre a et b : Calculer $|a-b|$

Exemples : Calculer $|3-4\times 2+5|$. Calculer la distance entre -2 et 7.

A vous de jouer : Calculer $|7+6\times 7-12|$. Calculer la distance entre -2 et -5.

Problème C : Manipuler les nombres relatifs

Questions-types : - Comparer -4 et 3
- *Calculer* $-2\times 5+4$

Procédure : On fait les calculs dans l'ordre des priorités de calcul

Comparer deux nombres relatifs :
- Un nombre positif est plus grand qu'un nombre négatif
- Un nombre négatif est plus grand qu'un autre nombre négatif si sa distance à zéro est plus petite

Soient a et b des nombres négatifs, Si $|a|<|b|$ alors $b<a$
- Un nombre positif est plus grand qu'un autre nombre positif si sa distance à zéro est plus grande.

Soient a et b des nombres positifs, Si $|a|<|b|$ alors $a<b$

Addition de nombres relatifs :
- Pour deux nombres de même signe, on additionne les nombres sans leur signe et on ajoute le signe des deux nombres.
- Pour additionner deux nombres de signes contraires : On calcule la valeur absolue de chaque nombre. On soustrait la plus grande valeur absolue par la plus petite. On ajoute le signe du nombre à la plus grande valeur absolue.

Soustraction de nombres relatifs :$a-b=a+(-b)$

Cela revient à additionner l'opposé d'un nombre à un autre (règle addition) <u>Multiplication de nombres relatifs :</u> - Pour des nombres de même signe : le résultat est positif et on multiplie les valeurs absolues des nombres entre elles - Pour des nombres de signe contraire : le résultat est négatif et on multiplie les valeurs absolues des nombres entre elles <u>Division de nombres relatifs :</u>La règle des signes est la même que pour la multiplication. Le résultat n'est pas toujours un nombre entier (voir suite)
<u>Exemples :</u> Calculer $-7 \times 4 + 8$. Comparer -7 et -7,1
<u>A vous de jouer :</u> Calculer $-7 \times (-2) - 8$. Comparer -8 et -9

Problème D : Déterminer si un nombre est un diviseur ou un multiple d'un autre
<u>Questions-types :</u> -Le nombre a est-il un multiple de b ? - *Le nombre a est-il un diviseur de b ?*
<u>Procédure :</u> *a multiple de b ?* On divise a par b et si la division tombe juste alors oui. *a diviseur de b ?* On divise b par a et si la division tombe juste alors oui.
<u>Exemples :</u> 3 est-il un multiple ou un diviseur de 9 ?
<u>A vous de jouer :</u> 14 est-il un multiple ou un diviseur de 7 ?

Problème E : Déterminer si un nombre est premier
<u>Questions-types :</u> - Le nombre x est-il premier ?
<u>Procédure :</u> - On teste la division de ce nombre par tous les nombres premiers plus petits que $\sqrt{x}$ - Si une seule division tombe juste, alors ce nombre n'est pas premier. Sinon, oui.
<u>Exemples :</u> Le nombre 123 est-il premier ? le nombre 501 ?
<u>A vous de jouer :</u> Le nombre 113 est-il premier ? le nombre 813 ?

Problème F : Effectuer une division euclidienne
<u>Questions-types :</u> - Effectuer la division euclidienne de a par b
<u>Procédure :</u> - On cherche à savoir combien de fois on peut « mettre » b dans a c'est-à-dire les entiers k et r tels que : $a = b \times k + r$ avec $0 < r < b$
<u>Exemples :</u> Effectuer la division euclidienne de 574 par 7
<u>A vous de jouer :</u> Effectuer la division euclidienne de 5741 par 3

Problème G : Calculs avec les fractions

<u>Questions-types :</u> - Calculer $\frac{3}{4} - 7 \times 2$

<u>Procédure :</u>

Appliquer les règles de calculs dans l’ordre des priorités de calcul.

<u>Addition/soustraction :</u> Mettre au même dénominateur. Parfois, il n’est pas nécessaire de modifier le dénominateur des deux fractions.

$$\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{A \times D + C \times B}{B \times D}$$

Remarque : $A = \frac{A}{1}$

<u>Multiplication :</u> Penser à utiliser cette règle, en décomposant les numérateurs/dénominateurs : $\frac{A \times k}{B \times k} = \frac{A}{B}$

$$\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} = \frac{A \times C}{B \times D}$$

<u>Division :</u> Diviser c’est multiplier par l’inverse

$$\frac{\frac{A}{B}}{\frac{C}{D}} = \frac{A}{B} \div \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \times \frac{D}{C} = \frac{A \times D}{B \times C}$$

Mettre le résultat sous forme irréductible.

<u>Exemples :</u> Calculer $\frac{3}{7} - 2 \times \frac{1}{3} \div \frac{4}{5}$

<u>A vous de jouer :</u> Calculer $\frac{\frac{1}{2} - \frac{3}{5}}{\frac{4}{3} + 1}$

Problème H : Décomposer un nombre en facteurs premiers/fraction irréductible

<u>Questions-types :</u> - Mettre la fraction $\frac{483}{182}$ *sous forme irréductible*

<u>Procédure :</u>

Décomposer en facteurs premier un nombre x.

- On divise x par 2 si c’est possible. Si oui, on note que 2 fonctionne Sinon on passe au nombre premier suivant.
- On réitère le processus. Si oui, on a donc deux fois le nombre 2 soit 2^2 Sinon on passe au nombre premier suivant.
- On réitère jusqu’à que cela ne fonctionne plus puis on passe au nombre premier suivant (soit 3) et on réitère à nouveau puis on passe au suivant jusqu’à $\sqrt{x}$

Le nombre est alors de la forme : $x = 2^a \times 3^b \times$ ... avec a, b, … le nombre de fois où on a divisé par 2 et 3.

Rendre une fraction irréductible.

- On décompose le numérateur et le dénominateur en facteurs premiers
- On simplifie les facteurs communs en utilisant les règles sur les fractions et sur les puissances

<u>Exemples :</u> Mettre la fraction $\frac{483}{182}$ sous forme irréductible.

<u>A vous de jouer :</u> Mettre la fraction $\frac{512}{1029}$ sous forme irréductible.

Problème I : Traduire une inégalité par un ensemble et vice versa.

<u>Questions-types :</u> *- Traduire $x < 2$ par un intervalle et tracer une droite représentant les éléments de cet ensemble.*
- Traduire $|x - 3| \leq 4$ par un intervalle et tracer une droite représentant les éléments de cet ensemble.

<u>Procédure :</u>
Traduire une inégalité simple par un intervalle
Appliquer les règles du tableau.
Traduire une inégalité avec une valeur absolue par un intervalle :

- $|x - k| \leq r \leftrightarrow x \epsilon\ [k - r; k + r]$
- $|x - k| \geq r \leftrightarrow x \epsilon\ ]-\infty; k - r] \cup [k + r; +\infty[$

Si on a une valeur absolue de la forme $|x + k|$ penser que $k = -(-k)$
Traduire un intervalle par une inégalité avec une valeur absolue:
$x \epsilon\ [a; b]$ on a $k = \frac{a+b}{2}$ et $r = b - k$

<u>Exemples :</u> Traduire par un intervalle les inégalités suivantes : $x > 2$ et $|x - 3| \leq 5$
Traduire par une inégalité simple et une inégalité avec une valeur absolue, l'intervalle suivant : $x \epsilon [3; 6]$. Les représenter à l'aide d'une droite.

<u>A vous de jouer :</u> Traduire par un intervalle les inégalités suivantes : $-5 \leq x < 3$ et $|x + 1| < 5$
Traduire par une inégalité simple et une inégalité avec une valeur absolue, l'intervalle suivant : $x \epsilon [-2; -1]$. Les représenter à l'aide d'une droite.

Problème J : Encadrer un nombre réel à 10^{-n} près

<u>Questions-types :</u> *- Encadrer à 10^{-2} près le nombre $\sqrt{2}$*
- *Donner une valeur approchée à 10^{-2} près du nombre $\sqrt{2}$*

<u>Procédure :</u>
1) Taper le nombre sur la calculatrice :
2) On arrondit au n-ième chiffre après la virgule

Par défaut, si le chiffre qui suit est 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4
Par excès, si le chiffre qui suit est 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9

<u>Exemples :</u> Donner une valeur approchée et un encadrement à 10^{-2} près du nombre $\sqrt{2}$

<u>A vous de jouer :</u> Donner une valeur approchée et un encadrement à 10^{-3} près du nombre $\sqrt{5}$

Problème K : Simplifier une racine

<u>Questions-types :</u> *- Mettre $\sqrt{72}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b des entiers (et b le plus petit possible)*

<u>Procédure :</u>
Simplifier une racine consiste à l'écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec b le plus petit possible. Pour se faire, on cherche à exprimer le radical (ce qu'il y a sous la racine) comme le produit d'un carré parfait et d'un nombre entier quelconque**.** On utilise ensuite les formules sur les racines, pour la décomposer en deux et comme la racine d'un carré parfait est un entier, on se retrouve toujours avec une seule racine. On répète le processus jusqu'à ce que l'on ne puisse plus simplifier la racine.

<u>Exemples :</u> Simplifier le nombre $\sqrt{72}$

A vous de jouer : Simplifier le nombre $\sqrt{384}$

Problème L : Calculs avec les racines
Questions-types : - Calculer : $2\sqrt{3} - 4\sqrt{27} + \sqrt{2}$
Procédure : 1) Simplifier les racines qui peuvent l'être 2) Effectuer les calculs dans l'ordre des priorités de calculs 3) Pour les produits/division, utiliser les règles sur les racines. 4) Additionner les coefficients des racines de même radical. 5) Simplifier si nécessaire les racines obtenues.
Exemples : Calculer $2\sqrt{3} - 4\sqrt{27} + \sqrt{2}$
A vous de jouer : Calculer $3\sqrt{2} - 5\sqrt{50} + \sqrt{128}$

Problème M : Calculs avec les puissances
Questions-types : - Calculer $\frac{3^2\times 2^3}{(3^4)^5\times 3^3\times 2^6}$
Procédure : Regrouper les puissances par base commune et appliquer les règles de calculs dans l'ordre des priorités : puissance de puissance, produit/quotient, etc…
Exemples : Calculer $\frac{3^2\times 2^3}{(3^4)^5\times 3^3\times 2^6}$
A vous de jouer : Calculer $\frac{5^{-2}\times 2^4}{(2^4)^7\times 5^4\times 5^{-2}}$