

# PROBABILITES - COURS

## Vocabulaire :

On appelle **expérience aléatoire** une situation dont le résultat est dû au hasard.

Ex : lancer un dé à six faces

Une expérience aléatoire peut être constituée de plusieurs **épreuves** (étapes)

Ex : Lancer un dé à six faces puis jouer à pile ou face

On appelle **univers** (noté  $\Omega$ ), l'ensemble des résultats possible de l'expérience.

Ex :  $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

On appelle **issue (ou éventualité, évènement élémentaire)** un résultat possible de l'expérience

Ex : Une issue de l'expérience est 6

On appelle **évènement**, une partie de l'univers, donc un certains nombres d'issues.

Ex : A : « Le résultat est paire »  $A = \{2; 4; 6\}$

B : « Le résultat est un multiple de 3 »  $B = \{3; 6\}$

On appelle  $\emptyset$  : l'**ensemble vide**. Un évènement qui ne contient aucune issue

**Réunion d'évènements AUB** : C'est un évènement constitué de l'ensemble des issues présentes dans les deux évènements. On cherche à obtenir **A ou B**

Ex :  $A \cup B$  : « Le résultat est paire ou multiple de 3 »  $A \cup B = \{2; 3; 4; 6\}$

**Intersections d'évènements  $A \cap B$**  : C'est un évènement constitué de l'ensemble des issues présentes dans les deux évènements en même temps.

On cherche à obtenir **A et B**

Ex :  $A \cap B$  : « Le résultat est paire et multiple de 3 »  $A \cap B = \{6\}$

**Complémentaire  $\bar{A}$  ( $\Omega \setminus A$ )** : C'est le contraire de l'évènement A. **Ne pas avoir A.**

Ex :  $\bar{A}$  : « Le résultat n'est pas paire »  $\bar{A} = \{1; 3; 5\}$

## Loi de probabilités :

Pour une expérience aléatoire donnée, on associe une probabilité p, un nombre compris entre 0 et 1, à chaque issue de l'expérience. La somme des probabilités de chacune des issues doit être égale à 1. On alors définit une loi de probabilités. On la représente parfois sous la forme d'un tableau. Les probabilités peuvent se présenter sous la forme d'une fraction ou d'un nombre décimal positif ou bien d'un pourcentage.

Pour déterminer la probabilité d'une issue on utilise deux grands modèles :

**Modèle de l'équiprobabilité** : On suppose, à priori, que chaque issue a autant de chance de se réaliser.

Ex : On lance un dé à six faces :

|                    |               |               |               |               |               |               |
|--------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| <b>Issue</b>       | 1             | 2             | 3             | 4             | 5             | 6             |
| <b>Probabilité</b> | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ |

**Modèle expérimental** : On construit un modèle à partir d'une étude statistique des fréquences d'apparitions de chaque issue lors de plusieurs répétitions de l'expérience aléatoire.

Ex : On lance un dé truqué et on observe après 1000 lancers les fréquences suivantes

|                           |        |        |        |        |        |        |
|---------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| <b>Issue</b>              | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      |
| <b>Fréquence</b>          | 0.0999 | 0.1023 | 0.1987 | 0.0499 | 0.4001 | 0.1491 |
| <b>Probabilité estimé</b> | 0.1    | 0.1    | 0.2    | 0.05   | 0.4    | 0.15   |

## Calcul de probabilités :

**Probabilité d'un évènement A :**

$$p(A) = \text{Somme des probabilités des issues constituant A}$$

Dans le cadre d'une situation d'équiprobabilité :

$$P(A) = \frac{\text{Nombre des issues de A}}{\text{Nombre total d'issues de } \Omega}$$

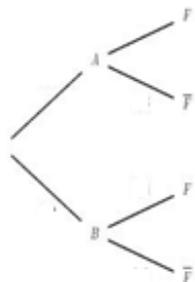
**Evènements particuliers** :  $p(\Omega) = 1$  et  $p(\emptyset) = 0$

**Réunion d'évènements** :  $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

**Evènement contraire** :  $p(\bar{A}) = 1 - p(A)$

## Représenter les probabilités :

**Arbre :** Lorsque l'expérience aléatoire est constituée de plusieurs épreuves aléatoires qui se succèdent. Chaque épreuve est modélisé par **un niveau** qui est constitué de plusieurs **branches** qui correspondent chacune à une issue possible de l'épreuve aléatoire.



L'arbre a deux niveaux et chaque niveau a deux issues possibles.

Les issues de l'expérience sont :  
 $\{A \cap F ; A \cap \bar{F} ; \bar{A} \cap F ; \bar{A} \cap \bar{F}\}$

**Tableau à double entrée :** Lorsque l'expérience aléatoire est constituée de deux épreuves aléatoires simultanées. Chaque case du tableau correspond au résultat croisé des deux épreuves.

|           | A                   | $\bar{A}$                 | Total        |
|-----------|---------------------|---------------------------|--------------|
| B         | $p(A \cap B)$       | $p(\bar{A} \cap B)$       | $p(B)$       |
| $\bar{B}$ | $p(A \cap \bar{B})$ | $p(\bar{A} \cap \bar{B})$ | $p(\bar{B})$ |
| Total     | $p(A)$              | $p(\bar{A})$              | 1            |

Tableau à double entrée (ou des effectifs)

**Diagramme de Venn :** Lorsque l'expérience aléatoire est constituée de plusieurs épreuves aléatoires simultanées. Chaque intersection de cercle correspond au résultat croisé des deux épreuves.

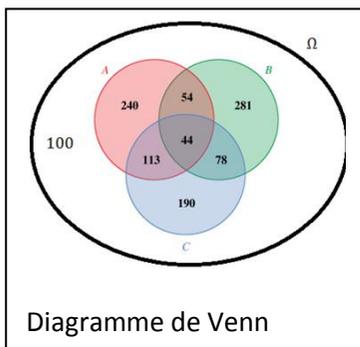


Diagramme de Venn

But de ces représentations : dénombrer les différents cas.

## Méthodes (exercices) :

|  | <u>Hachette</u> | <u>Hatier</u>  | <u>Mes exos</u> | <u>Sesamaths</u> | <u>Mathx</u> |
|--|-----------------|----------------|-----------------|------------------|--------------|
| A) Manipuler le vocabulaire                            | 18-20           |                | Ex. 1           | 194              |              |
| B) Choisir un modèle                                   | 9-13            | 28-29,43-50    | Ex. 2           |                  | 14-17,21-28  |
| C) Calculer une probabilité                            | 14,15,21,24     | 30,67-72       | Ex. 3           | 189-190,192      | 29-36        |
| D) Représenter les probabilités (arbre)                | 28-32           | 34,77,         | Ex. 4           | 191              | 38-40        |
| E) Représenter les probabilités (tableau et diagramme) | 25-27           | 33,35,73,76,74 | Ex. 5           |                  | 37,41        |

## Exercices de synthèse :

|           | <u>Hachette</u>   | <u>Hatier</u> | <u>Mes exos</u> | <u>Sesamaths</u> | <u>Mathx</u> |
|-----------|-------------------|---------------|-----------------|------------------|--------------|
| Synthèse  | 33-39,41-48,54-63 | 86-87,89-101  | Ex. 6           | 195-199          | 62-64        |
| QCM       | 40                |               | Ex. 7           |                  | 65-66        |
| Vrai/faux |                   |               | -               |                  | 56-61        |
| algo      |                   | 31-32,54-63   |                 | 193              | 49,47        |