EXERCICES – PROBABILITES

Exercice 1 (Vocabulaire)

Partie 1 :

On tire une carte d'un jeu de 32 cartes.

On appelle :

- C l'événement « la carte tirée est un cœur »
- F l'événement « la carte tirée est une figure »

1) Décrire par une phrase l'événement $C \cap F$.
   Combien compte-t-il d'issues ?
2) Décrire par une phrase l'événement $C \cup F$.
   Combien compte-t-il d'issues ?
3) Décrire par une phrase l'événement $\overline{C} \cap F$.
   Combien compte-t-il d'issues ?
4) Décrire par une phrase l'événement $\overline{C \cup F}$.
   Combien compte-t-il d'issues ?

Partie 2 :

Deux épidémies sévissent en même temps dans un lycée, la gastro-entérite et un rhume. On choisit un élève au hasard et on nomme :

- G l'événement « l'élève a la gastro-entérite »
- R l'événement « l'élève a un rhume »

Décrire à l'aide de ces deux événements :

1) « l'élève a la gastro-entérite et le rhume »
2) « l'élève a le rhume mais pas la gastro-entérite »
3) « l'élève a au moins une des deux maladies »
4) « l'élève n'a aucune des deux maladies »

Exercice 2 (modèle)

Partie 1 :

On lance un dé pipé. Les probabilités d'apparition des faces vérifient :

$$p(1) = p(2) = 0,2 \quad \text{et} \quad p(3) = p(4) = p(5) = 0,1$$

a) Calculer $p(6)$
b) On note les événements :
   A : "le numéro est un diviseur de 15"
   B : "le numéro n'est pas un multiple de 3"
   Les événements sont-ils incompatibles ? Calculer les probabilités des événements A et B.

Partie 2 :

Pour essayer d'évaluer la probabilité d'apparition des différentes faces d'un dé cubique, on effectue une analyse statistique en réalisant 100 lancers.

Issue	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
Fréquence	*0.0999*	*0.1023*	*0.1987*	*0.0499*	*0.4001*	*0.1491*

1) Etablir grâce aux fréquences d'apparition de chaque face la loi de probabilité de l'expérience aléatoire.
2) Déterminer la probabilité que le nombre obtenu soit pair.

Partie 3 :

On tire une carte dans un jeu ordinaire de cinquante-deux cartes.

a. Donne les probabilités de chacun des événements suivants :

"Obtenir un carreau."

"Obtenir un valet."

"Obtenir un valet de carreau."

b. On ajoute deux jokers à ce jeu.
Les probabilités précédentes vont-elles augmenter si un joker peut remplacer une des cartes souhaitées ?

Exercice 3 (Calculer une probabilité)

Partie 1 :

Soit A et B deux événements tels que :

- $p(A) = 0,7$
- $p(A \cap B) = 0,3$
- $p(B) = 0,5$

En s'aidant d'un diagramme de Venn, calculer :

1) $p\left(\overline{A}\right)$ **2)** $p(A \cup B)$ **3)** $p\left(\overline{A} \cap B\right)$

Partie 2 :

Soit S et T deux événements tels que :

- $p(S) = 0,5$
- $p(S \cup T) = 0,9$
- $p(T) = 0,6$

Calculer les probabilités suivantes :

1) $p(S \cap T)$ **2)** $p\left(\overline{S \cup T}\right)$ **3)** $p\left(\overline{S \cap T}\right)$.

Partie 3 :

A et B sont deux événements d'une même expérience aléatoire. Calculer $p(A \cap B)$ sachant que :

$$p(\overline{A}) = 0,44 \quad ; \quad p(\overline{B}) = 0,63 \quad \text{et} \quad p(\overline{A \cup B}) = 0,32$$

Partie 4 :

On écrit sur les faces d'un dé équilibré à six faces, chacune des lettres du mot : NOTOUS.
On lance le dé et on regarde la lettre inscrite sur la face supérieure.
a. Quelles sont les issues de cette expérience ?
b. Déterminer la probabilité de chacun de
E1 : «On obtient la lettre O».
E3 : «On obtient une consonne ».
E4 : «On obtient une lettre du mot KIWI ».
E5 : «On obtient une lettre de CAGOUS»

Partie 5 :

On tire au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes, on la note, puis on la remet dans le jeu avant d'en tirer une seconde.

1) Est-ce une situation d'équiprobabilité ?

2) Combien y a-t-il d'issues ?

3) Calculer la probabilité de :

a) tirer 2 cœurs ;

b) ne pas tirer de cœur ;

c) tirer exactement 1 cœur ;

d) tirer deux fois la même carte ;

e) tirer deux cartes différentes ;

f) tirer le roi de cœur.

Exercice 4 (Arbre)

Partie 1 :

Au restaurant scolaire, les élèves ont le choix

- entre 2 entrées : Artichaut ou Betterave ;
- entre 3 plats : Cheval, Daube ou Escalope ;
- entre 2 desserts : Fromage ou Gâteau.

Un menu se compose :

- d'une entrée ;
- d'un plat ;
- d'un dessert.

1) En utilisant un arbre, représenter tous les menus.

2) Combien de menus différents sont possibles ?

3) On choisit un menu au hasard.

Quelle est la probabilité :

a) qu'il comporte une escalope ?

b) qu'il comporte de l'artichaut et du fromage ?

c) qu'il ne comporte pas de cheval ?

Partie 2 :

Une urne contient deux boules bleues B_1 et B_2 et trois boules jaunes J_1, J_2 et J_3., toutes indiscernables au toucher. On prend au hasard une boule, on note de quelle boule il s'agit, on la remet dans l'urne et on recommence une deuxième fois.

1) Donner l'arbre correspondant à la situation.
2) Déterminer la probabilité des événements suivants :
   a. A : « la première boule tirée est bleue et la deuxième est jaune ».
   b. B : « les boules tirées sont de couleurs différentes. »
   c. C : « les boules portent le même numéro »
3) Calculer la probabilité de l'événement $B \cap C$.
4) Calculer la probabilité de l'événement $B \cup C$.

Partie 3 :

Pour organiser le passage à l'oral de leur épreuve de langue, les élèves tirent au hasard trois cartons, un dans chacune des trois urnes.
La première urne contient les lettres « A », « B » et « C ».
La seconde urne contient les nombres « 25 » et « 27 ».
La dernière urne contient les mots « Matin » et « Après-midi ».
Obtenir le tirage (A ; 25 ; Matin) signifie que l'élève passera son oral le 25 juin au matin avec le sujet A.

1. Décrire la situation à l'aide d'un arbre.
2. Combien y a-t-il de tirages possibles ?
3. Après le tirage on choisit un élève au hasard.

a) Quelle est la probabilité que l'élève choisi passe le matin ?
b) Quelle est la probabilité que l'élève choisi passe le 27 juin ?
c) Quelle est la probabilité que l'élève choisi soit interrogé sur le sujet C ?
d) Quelle est la probabilité que l'élève choisi passe l'après-midi avec le sujet B ?

Exercice 5 (Tableaux/Venn)

Partie 1 :

On considère un établissement scolaire de 2 000 élèves, regroupant des collégiens et des lycéens.

- 19 % de l'effectif total est en classe Terminale ;
- parmi ces élèves de Terminale, 55 % sont des filles ;
- le taux de réussite au baccalauréat dans cet établissement est de 85 % ;
- parmi les candidats ayant échoué, la proportion des filles a été de $\frac{8}{19}$.

1) Recopier et compléter le tableau des effectifs regroupant les résultats au baccalauréat :

Éleves	Garçons	Filles	TOTAL
Réussite			
Échec		24	
TOTAL			380

Après la publication des résultats, on choisit au hasard un élève parmi l'ensemble des élèves de Terminale. On considère les événements suivants :

- G : « l'élève est un garçon » ;
- R : « l'élève a eu son baccalauréat ».

Dans la suite, on donnera les résultats sous forme décimale, arrondis à 10^{-2} près.

2) Définir les événements suivants par une phrase :
   a) R b) $\overline{G} \cap R$
3) Calculer les probabilités des événements suivants :
   a) $\overline{R}$ b) $\overline{G} \cup \overline{R}$
4) On choisit un élève au hasard parmi les bacheliers. Quelle est la probabilité que ce soit une fille ?

Partie 2 :

Dans un magasin, les modes de paiement et les montants des achats sont répartis de la façon suivante :

- 51% des achats ont été payés par chèque ;
- 80% des achats sont d'un montant inférieur ou égal à 200 €, dont 20% sont réglés en espèces ;
- 16% des achats sont réglés par carte et sont d'un montant inférieur ou égal à 200 € ;
- 3% des achats sont d'un montant supérieur à 200 € et sont réglés en espèces.

1) Complétez sans justification le tableau suivant

		Montant des achats M		
		$M \leqslant 200$	$M > 200$	Total
Moyens de paiement	Espèces			
	Chèque			
	Carte			
	Total			

2) On prend au hasard un bordereau d'achat. On considère les événements suivants:
A: « L'achat dépasse 200€. »
B: « L'achat est réglé par carte ou par chèque. »
C: « L'achat est réglé par carte. »

Calculez la probabilité des événements suivants:
a) A **b)** B **c)** C **d)** $C \cap A$ **e)** $A \cup \overline{C}$

Partie 3 :

Lors d'une étude sur les voyages des lycéens en Europe, 363 élèves de seconde ont été interrogés sur leurs séjours en Espagne, Angleterre et Italie.
180 élèves ont séjourné en Espagne, 192 en Angleterre et 199 en Italie.
103 élèves ont séjourné au moins en Espagne et en Angleterre, 105 élèves ont séjourné au moins en Italie et en Angleterre, 123 élèves ont séjourné au moins en Espagne et en Italie.
De plus 73 élèves déclarent avoir séjourné dans les trois pays.

1. Construire un diagramme de Venn pour décrire la situation.
2. En vous aidant du diagramme, déterminer le nombre d'élèves :
   a) qui ont séjourné uniquement en Espagne.
   b) qui ont séjourné uniquement en Italie et en Angleterre.
   c) qui n'ont séjourné dans aucun de ces trois pays.

Exercice 6 (Synthèse)

Partie 1 :

Une entreprise possède trois usines de fabrication d'alarmes : la première située à Bordeaux, la deuxième à Grenoble et la troisième à Lille. Un contrôleur qualité s'intéresse au nombre d'alarmes (défectueuses ou non) produites en mai 2010 dans chacune des trois usines.
Il a relevé les données suivantes :

	Défectueuses	En bon état	Total
Usine de Bordeaux	160		3360
Usine de Grenoble			1266
Usine de Lille	154		
Total	380	7900	

1. Compléter le tableau ci-dessus.
2. On prend une alarme au hasard dans la production de mai 2010.
   On considère les évènements suivants :
   - B « l'alarme provient de l'usine de Bordeaux » ;
   - G « l'alarme provient de l'usine de Grenoble » ;
   - L « l'alarme provient de l'usine de Lille » ;
   - D « l'alarme est défectueuse » ;
     a) Calculer la probabilité de B,arrondie au millième.
     b) Calculer la probabilité de D, en pourcentage arrondi au dixième.
     c) Définir par une phrase l'évènement $B \cap D$, puis calculer $p(B \cap D)$ sous forme de fraction irréductible.
     d) Calculer $p(B \cup D)$ arrondie au centième.

3. Quelle usine semble la plus efficace en terme de qualité de production ? Argumenter.

Partie 2 :

Un sac contient 4 jetons ①, ③, ⑥ et ⑨ qui sont indiscernables au toucher.

On tire au hasard un premier jeton, puis un second jeton sans remettre le premier dans le sac. On note le nombre à deux chiffres obtenu dont les dizaines sont données par le premier jeton extrait et les unités par le second.

Par exemple, le tirage ⑥ puis ① conduit au nombre 61.

1a. Construire un arbre de dénombrement représentant cette expérience aléatoire.
 b. Déterminer le nombre d'issues possibles liées à cette expérience.
2. On considère les événements suivants :
 A : « le nombre obtenu est pair »
 B : « le nombre obtenu est un multiple de 3 »
a. Déterminer les probabilités des événements A, B ainsi que $\overline{B}$
b. Traduire par une phrase l'événement $A \cap B$ puis calculer sa probabilité.
C. Traduire par une phrase l'événement $A \cup B$ puis calculer sa probabilité.

Partie 3 :

Une urne contient 4 jetons :

- deux jaunes ;
- un rose ;
- un violet.

On tire au hasard un jeton de l'urne puis un second sans remettre le premier.
On suppose que tous les tirages sont équiprobables.

1) Représenter cette situation par un arbre.
2) Combien y-a-t-il de tirages possibles ?
3) On considère les événements :
   - R : « Le 1er jeton tiré est rose » ;
   - J : « Le 2e jeton tiré est jaune ».
   a) Déterminer $p(R)$ et $p(J)$.
   b) Traduire par une phrase $R \cap J$.
   Calculer $p(R \cap J)$.
   c) Calculer $p(R \cup J)$.
4) On considère l'événement :
   - N :« Aucun jeton tiré n'est jaune ».
   a) Calculer $p(N)$.
   b) Exprimer $\overline{N}$ par une phrase.
   c) Calculer $p\left(\overline{N}\right)$.

Partie 4 :

Dans un lycée de 1 470 élèves, 350 élèves ont été vaccinés contre la grippe au début de l'hiver.
10 % des élèves ont contracté la maladie pendant l'épidémie annuelle dont 4 % des élèves vaccinés.

1) Dresser un tableau à double entrée et le compléter.
2) On choisit au hasard l'un des élèves de ce lycée, tous les élèves ayant la même probabilité d'être choisis.
   a) Calculer la probabilité des événements :
      - V : « il a été vacciné » ;
      - G : « il a eu la grippe ».
   b) Calculer la probabilité de l'événement $V \cap G$.
   c) Calculer la probabilité de l'événement $V \cup G$.
   d) Décrire par une phrase l'événement $\overline{V}$

3) On choisit au hasard un élève parmi ceux qui ont été vaccinés, quelle est la probabilité qu'il ait eu la grippe ?

4) On choisit au hasard un élève parmi ceux qui n'ont pas été vaccinés, quelle est la probabilité qu'il ait eu la grippe ?

5) Expliquer pourquoi le vaccin est efficace.

<u>Exercice 7 (QCM)</u>

<table>
<tr><td colspan="4">1) On lance un dé équilibré à six faces, quelle la probabilité de l'évènement A : « Obtenir un multiple de 3 »</td></tr>
<tr><td>a) 1/2</td><td>b) 1/3</td><td>c) 3/6</td><td>d) 1/6</td></tr>
<tr><td colspan="4">2) Soient A et B deux évènements. P(A) = 0,4 et P(B) = 0,2 et P(A∩B) = 0,1. Combien vaut P(AUB) ?</td></tr>
<tr><td>a) 0,5</td><td>b) 0,7</td><td>c) 0,3</td><td>d) 0,8</td></tr>
<tr><td colspan="4">3) On lance une pièce équilibré, quel est l'univers de l'expérience aléatoire ?</td></tr>
<tr><td>a) Ω = {Pile, Face}</td><td>b) Ω = {1, 2, 3, 4, 5, 6}</td><td>c) Ω = 1/2</td><td>d) Ω = 1</td></tr>
<tr><td colspan="4">4) Soient A et B, deux évènements incompatibles tels que P(A) = 0,2 et P(B) = 0,4. Combien vaut P(AUB) ?</td></tr>
<tr><td>a) impossible à calculer</td><td>b) 0,2</td><td>c) 0,6</td><td>d) 0,8</td></tr>
<tr><td colspan="4">5) Comment appelle t'on Ø ?</td></tr>
<tr><td>a) évènement certain</td><td>b) évènement élémentaire</td><td>c) évènement impossible</td><td>d) évènement contraire</td></tr>
<tr><td colspan="4">6) Quelle est la probabilité de tirer un as dans un jeu de 32 cartes ?</td></tr>
<tr><td>a) 1/32</td><td>b) 1/8</td><td>c) 1/2</td><td>d) 1/4</td></tr>
<tr><td colspan="4">7) Quelle la probabilité de tirer un trèfle dans un jeu de 32 cartes ?</td></tr>
<tr><td>a) 1/32</td><td>b) 1/8</td><td>c) 1/2</td><td>d) 1/4</td></tr>
<tr><td colspan="4">8) Entourez les bonnes réponses :</td></tr>
<tr><td>a) R</td><td>b) R privé de 3</td><td>c) R privé de -3</td><td>d) R privé de 4</td></tr>
<tr><td colspan="4">9) Soit A un évènement tel que P(A) = 0,2 combien vaut $P(\bar{A})$</td></tr>
<tr><td>a) 0,3</td><td>b) 0,6</td><td>c) 0,8</td><td>d) 0,4</td></tr>
<tr><td colspan="4">10) Soient deux évènements A et B tels que P(AUB) = 0,7 et P(B) = 0,3 et $P(\bar{A})$=0,6. Les évènements A et B sont ils incompatibles ?</td></tr>
<tr><td>a) oui</td><td>b) non</td><td>c) impossible à déterminer</td><td>d) Je ne comprends pas la question</td></tr>
</table>