METHODES A CONNAITRE – PROBABILITES

Problème A : Manipuler le vocabulaire/décrire des événements

Questions-types : - Définir l'ensemble des issues possibles
- Traduire par une phrase l'événement $A \cup B$

Procédure :
1) Déterminer l'univers de l'expérience aléatoire pour trouver toutes les issues
- Si l'expérience aléatoire est constituée de plusieurs épreuves, utiliser un arbre, tableau à double entrée, etc…
2) On donne des noms aux évènements réalisables à l'issue de l'expérience aléatoire (souvent les noms des évènements sont déjà donnés dans l'énoncé). On dénombre les issues de l'univers favorables aux événements de l'énoncé.
3) On retrouve les évènements correspondant dans la phrase de l'énoncé :
- Si il y a une notion de simultanéité entre deux évènements, alors on note : $\boldsymbol{A \cap B} \leftrightarrow$ "$\boldsymbol{et}$". Pour déterminer les issues associées, on prend les issues communes dans A et dans B.
- Si on souhaite la réalisation d'un évènement A ou d'un évènement B ou des deux simultanément, alors on note : $\boldsymbol{A \cup B} \leftrightarrow$ "$\boldsymbol{ou}$" Pour déterminer les issues associées, on prend toutes les issues dans A et dans B.
- Pour un évènement seul : **A**
- Si il y a la négation d'un évènement alors on note $\boldsymbol{\overline{A}} \leftrightarrow$ "$\boldsymbol{ne} \dots \boldsymbol{pas}$" On prend toutes les issues présentes dans Ω mais pas dans A

Exemples : Une urne contient 2 boules blanches numérotées de 1 à 2 et 4 boules rouges numérotées de 3 à 6. On tire une boule de l'urne. On note A, l'évènement : « tirer une boule blanche » et B : « tirer un numéro pair ».
1) Déterminer l'ensemble Ω
2) Déterminer les issues des ensembles A et B.
Traduire en langage mathématiques les phrases suivantes puis déterminer les issues de chaque événement
2) « tirer une boule au numéro impair »
3) « tirer une boule de numéro pair qui n'est pas blanche »
4) « tirer une boule blanche et de numéro impair »
5) Traduire par une phrase les évènements suivants : $\bar{A}$; $A \cap B$; $\bar{A} \cup B$

A vous de jouer : Un sac contient 2 jetons bleus dont un abimé et 3 jetons verts dont 2 abimés.
On note A, l'évènement « piocher un jeton bleu » et B « le jeton est abimé ».
1) Déterminer l'ensemble Ω
2) Déterminer les issues des ensembles A et B.
Traduire par une phrase les évènements suivants : $\bar{B}$; $\overline{A \cap B}$; $A \cup B$; $\bar{B}/A$
Traduire en langage mathématiques les phrases suivantes :
3) « le jeton est en parfait état » ;
4) « piocher un jeton bleu ou qui n'est pas abimé »
5) « piocher une jeton bleu et abimé »

Problème B : Choisir un modèle

Questions-types : - Déterminer la loi de probabilité de l'expérience aléatoire.

Procédure :
1) Si rien n'est précisé dans le texte ou si les mots « au hasard », « uniforme » « équiprobable » , « même chance » alors la loi est une loi d'équiprobabilité. On peut alors dresser un tableau de la loi :

Issues	Issue 1	Issue 2	…	Issue n
probabilité	$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{n}$

2) Sinon, l'énoncé doit décrire la loi (il faut la traduire en langage maths) ou donner une étude statistique qui permet de conjecturer la loi de l'expérience à partir de fréquences.

Issues	Issue 1	Issue 2	…	Issue n
probabilité	$p1$	$p2$	…	pn

3) Dans tous les cas, la somme des probabilités de toutes les issues est égale à 1.

Exemples : On lance une pièce équilibrée en l'air. On note la face sur laquelle elle retombe au sol. Etablir la loi de probabilité de l'expérience aléatoire.

A vous de jouer : Déterminer la loi de probabilité de l'expérience aléatoire (présentée ci-dessous dans un tableau) à partir de l'analyse des fréquences observées lors d'une étude statistique :

Issue	1	2	3
probabilité	0,2001	0,3499	0,45

Problème C : Calculer des probabilités

Questions-types : - *Calculer la probabilité que la pièce tombe sur pile.*

Procédure :

Pour une équiprobabilité :

La formule générale est : $p(A) = \frac{nombre\ d'issues\ favorables\ à\ A}{nombre\ d'issues\ total}$ (pour une situation d'équiprobabilité)

Le but de la procédure est de déterminer « le nombre d'issues favorables à A » et «le nombre d'issues total ».En général, au préalable de cette question on doit modéliser l'expérience aléatoire par un arbre pondérée ou un tableau à double entrée puis traduire la question en langage symbolique.

Pour une loi quelconque :

On répertorie les issues favorables à l'événement et on additionne leur probabilité.

Calculer une probabilité du type $\boldsymbol{p(B)}$ ou $\boldsymbol{p(A \cap B)}$

- Dans une situation simple, on peut compter rapidement les issues favorables et le nombre total d'issues ou lire la réponse dans l'énoncé.
- Avec un arbre : On identifie les chemins qui permettent de réaliser A. On détermine ainsi le nombre d'issues favorables
- Avec un tableau à double entrée pondéré : On lit l'effectif dans la case qui correspond à A ou A $\cap B$ = issues favorables. Le nombre d'issues total correspond à la case d'intersections de la ligne « total » et de la colonne « total ». Si ce sont des fréquences, il suffit de lire la fréquence qui correspond à A

Calculer une probabilité du type $\boldsymbol{p(\bar{A})}$

Idem que $p(A)$ ou alors on peut utiliser $\boldsymbol{p(\bar{A}) = 1 - p(A)}$

Calculer une probabilité du type $\boldsymbol{p(A \cup B)}$

On utilise la relation $\boldsymbol{p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)}$ $[p(A \cup B) = p(A) + p(B)]$ *si les événements A et B sont incompatibles.*

Exemples : A) Dans un jeu de 32 cartes, quel est la probabilité de tirer un roi ?

B) tirer un roi de cœur ?

C) Tirer un roi ou un cœur ?

A vous de jouer : En lançant un dé cubique, quelle est la probabilité d'obtenir un multiple de trois ?

Problème D : Représenter les probabilités (par un arbre)

Questions-types : - *Modéliser la situation à l'aide d'un arbre*

Procédure : Généralement, on utilise un arbre lorsque l'expérience aléatoire peut se découper en plusieurs étapes qui se succèdent.

1) Tout d'abord, on détermine en combien d'étapes le découpage de l'expérience aléatoire peut se faire (en

général deux). Le découpage (ainsi que son ordre) est clairement donné dans la description de l'expérience aléatoire dans l'énoncé de l'exercice (et également en fonction des probabilités données)
2) Pour la première étape de l'expérience, on liste tous les résultats possibles, que l'on traduit par des évènements. On dispose tous ces évènements en colonne et on les relie à un même « nœud » par une « branche » (trait droit). S'il n'y a que deux branches, cela signifie qu'un des évènements est le contraire de l'autre.
3) Pour chaque « branche » de la première étape, on liste tous les résultats possibles de la seconde étape et on les relie à la même branche de la première étape. On répète le processus pour chacune des branches de la première étape.
4) On répète 3) jusqu'à la modélisation complète de l'expérience aléatoire.
5) L'arbre modélise tous les résultats possibles de l'expérience. Un résultat possible correspond à un « chemin » de l'arbre, c'est à dire l'ensemble des branches de l'arbre par lesquelles on passe en partant du début de l'arbre jusqu'à sa fin. Tous les évènements par lesquels le chemin passe sont réalisés. Pour déterminer la probabilité d'un événement, il faut souvent déterminer toutes les issues qui réalisent l'événement. On les détermine en comptant le nombre des chemins favorables.

Exemples : On réalise l'expérience aléatoire suivante. Dans une urne, on a placé 5 boules. 2 boules sont blanches et 3 sont rouges. On tire une première boule, on note sa couleur, on ne remet pas la boule dans l'urne. On tire ensuite une seconde boule, on note sa couleur. On note B l'évènement : « la boule tirée est blanche » Modéliser à l'aide d'un arbre la situation puis calculer la probabilité de tirer deux boules blanches

A vous de jouer : On lance deux fois de suite une pièce équilibré. Quelle la probabilité d'obtenir deux piles ?

Problème E : Représenter une expérience aléatoire avec un tableau à double entrée.

Questions-types : *- Modéliser la situation à l'aide d'un tableau à double entrée*

Procédure : Généralement, on utilise un tableau lorsque l'expérience aléatoire peut se découper en 2 étapes obtenues simultanément.
1) On répertorie tous les évènements possibles de la première étape de l'expérience. Chaque évènement correspondra à une ligne du tableau (si il y a seulement deux évènements, on utilise l'évènement contraire).
2) On répertorie tous les résultats possibles de la première étape de l'expérience. Chaque résultat correspondra à une colonne du tableau.
3) On rajoute une ligne et une colonne « total » (càd la somme de la ligne/colonne correspondante).
4) Chaque case du tableau (en dehors des cases des lignes/colonnes « total »), correspond à la réalisation simultanée des évènements de la ligne et de la colonne correspondante. Les cases des lignes/colonnes « total » correspond à la réalisation d'un évènement de la ligne ou colonne correspondante. On indique dans chaque case, en cas de non-équiprobabilité, le nombre d'issues pouvant conduire à ce résultat (ou la fréquence) en utilisant l'énoncé. L'intersection de la colonne et de la ligne total, correspond au nombre total d'issues (ou 1 si en fréquence).
5) On peut compléter les cases manquantes avec les lignes/colonnes « total ».

Exemples : On interroge 500 élèves d'un lycée. 240 élèves portent des lunettes. 30 élèves portent des lunettes et sont majeurs. 160 élèves sont majeurs. On note M : « l'élève est majeur » et L « l'élève porte des lunettes ». Modéliser la situation à l'aide d'un tableau à double entrée. Calculer la probabilité que l'élève portent des lunettes ou soit majeur.

A vous de jouer : On réalise l'expérience aléatoire suivante. Dans une urne, on a placé 5 boules. 2 boules sont blanches ;1 est rouge et 2 sont jaunes. On tire simultanément deux boules le l'urne (en remettant la première dans l'urne). On note B l'évènement : « la boule tirée est blanche » R l'évènement : « la boule tirée est rouge » et J l'évènement : « la boule tirée est jaune ». Modéliser à l'aide d'un tableau à double entrée la situation.