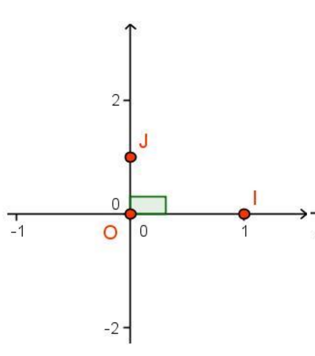
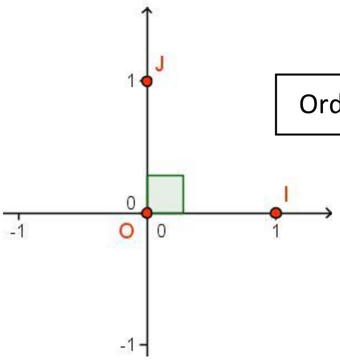
REPERE ET CONFIGURATIONS DU PLAN - COURS

Les repères :

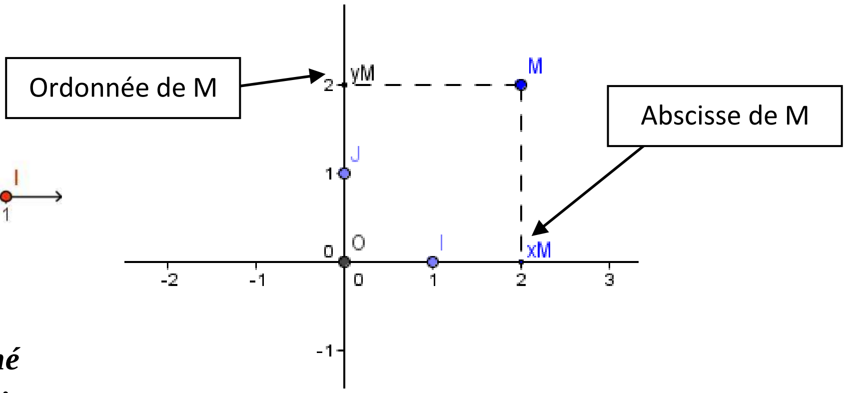


repère orthogonal



repère orthonormé

Le point M a pour coordonnées $(x_M\ ;\ y_M)$



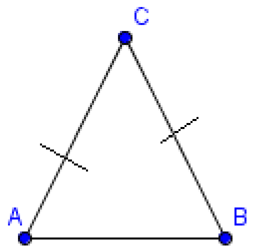
Coordonnées de I milieu du segment [AB] :

$$x_I = \frac{x_A+x_B}{2} \text{ et } y_I = \frac{y_A+y_B}{2}$$

Longueur du segment [AB]

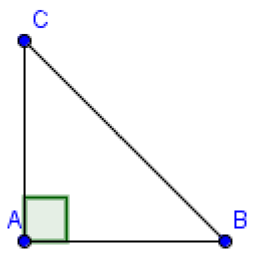
$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Les triangles : Dans un triangle, la somme des angles est égale à 180° $Aire = \frac{base \times hauteur}{2}$



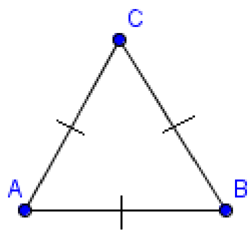
Triangle Isocèle en C :

Comment prouver ?
Montrer que $AC = AB$



Triangle rectangle en A :

Comment prouver ?
Utiliser Pythagore en prouvant que $CB^2 = AB^2 + AC^2$

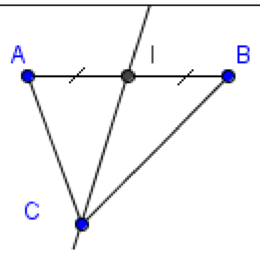


Triangle équilatéral

Comment prouver ?
Montrer que $AB = BC = AC$

Aire d'un triangle = base × hauteur /2

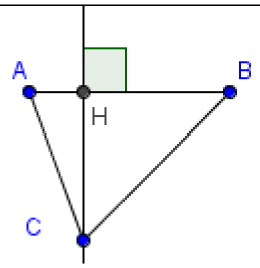
Droites remarquables et triangles :



(CI) est la médiane issue de C:

Comment prouver ?
Montrer que I est le milieu de [AB]

Note :
Le point d'intersection G des 3 médiant du triangle est le centre de gravité. On a pour la médiane (IC) : $GI = \frac{1}{3}IC$

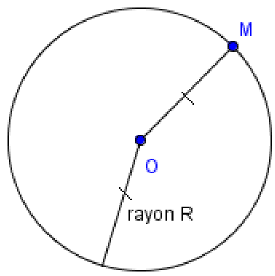


(CH) est la hauteur issue de C :

Comment prouver ?
Utiliser Pythagore en prouvant que $AC^2 = AH^2 + HC^2$

Note :
Le point d'intersection des 3 hauteurs du triangle est l'orthocentre

Cercle :

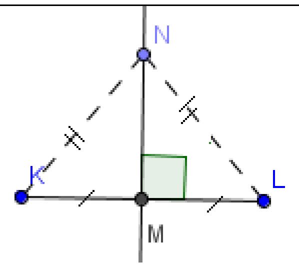


M est un point du cercle de centre O et de rayon R.

Comment prouver ?
Montrer que $OM = R$

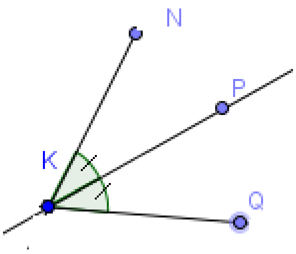
Aire = πR² et périmètre : 2πR

Médiatrice et bissectrice :



1) N appartient à la médiatrice de [KL]
2) (MN) est la médiatrice de [KL]

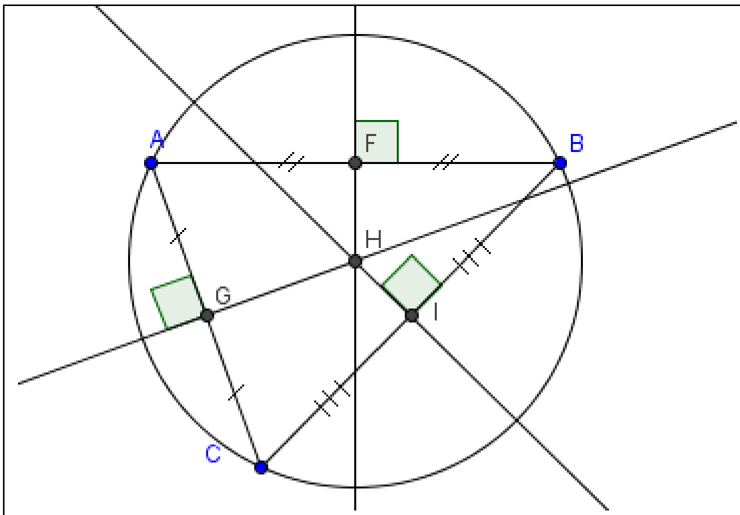
Comment prouver ?
1) Montrer que $KN = NL$
2) Montrer que $KN = NL$ **et** que M est le milieu de [KL]



(KP) est la bissectricede l'angle $\widehat{NKQ}$:

Comment prouver ?
Prouver que $\widehat{NKP} = \widehat{QKP}$

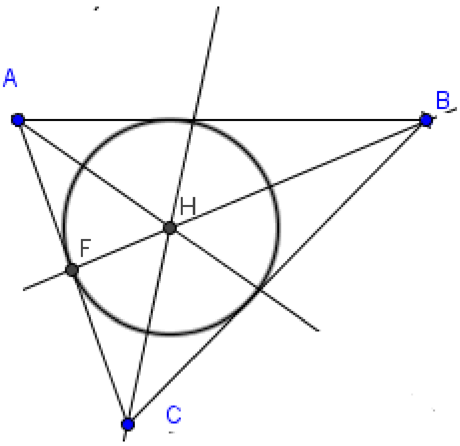
Cercle et triangle :



Le Cercle de centre H et de rayon HA est circonscrit à ABC

Comment prouver ?
Montrer que $AH = HB = HC$

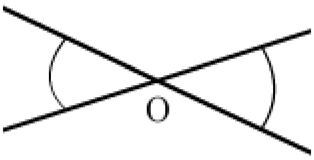
Note :
H est le point d'intersection des trois médiatrices issues de chaque coté du triangle ABCE



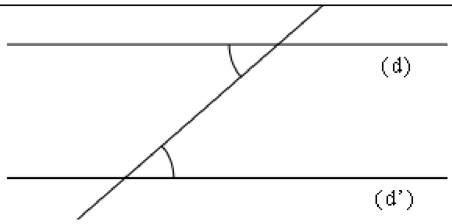
Le Cercle de centre H est inscrit dans le triangle ABCE

Note :
H est le point d'intersection entre les trois bissectrices issues de chaque angle du triangle ABC.

Les angles :

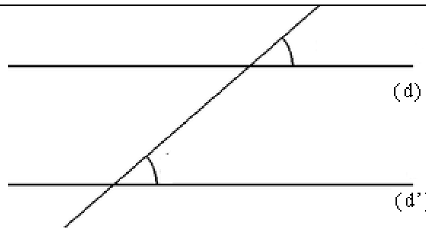


Les angles opposés par le sommet sont égaux



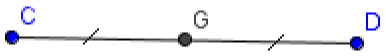
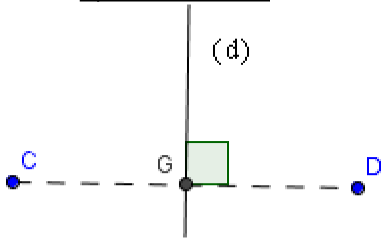
Les angles alterne-internes sont égaux

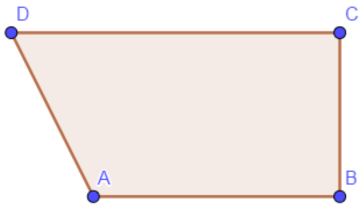
(d) et (d') sont des droites parallèles



Les angles alterne-externes sont égaux
(d) et (d') sont des droites parallèles

Les symétries :

Symétrie centrale :	Symétrie axiale:
 **D est le symétrique de C par rapport à G** **Comment prouver ?** Montrer que G est le milieu de [CD] **Note :** La symétrie centrale conserve les angles et les longueurs.	 **D est le symétrique de C par la symétrie d'axe (d)** **Note :** La symétrie axiale conserve les longueurs et les angles.



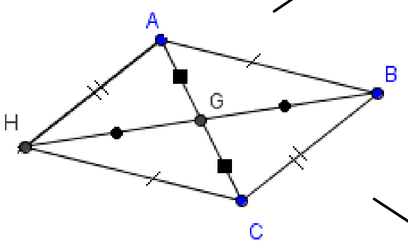
ABCH est trapèze

Comment prouver ?

1) Montrer que (AB) parallèle à (CD)

$Aire = \frac{(B+b)\times hauteur}{2}$

Les quadrilatères :



ABCH est un parallélogramme

Comment prouver ?

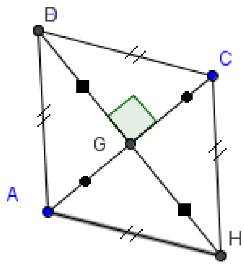
1) Montrer que G est le milieu de [AC] et [BH]

ou

2) Montrer que AB = HC et AH = BC

Note :

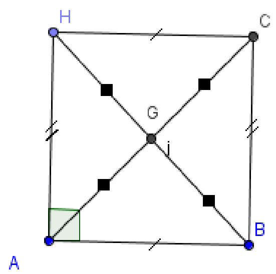
Dans un parallélogramme les cotés opposés sont parallèles



ABCH est un losange

Comment prouver ?

Montrer que ABCH est un parallélogramme et montrer que AB = BC

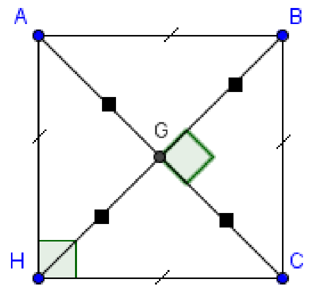


ABCH est un rectangle

Comment prouver ?

Montrer que ABCH est un parallélogramme et montrer que AC = BH (ou montrer que $\widehat{BAH} = 90°$)

$Aire : largeur \times longueur$



ABCH est un carré

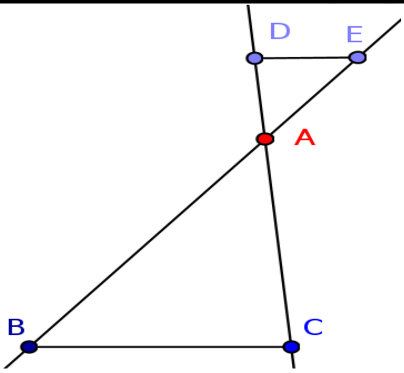
Comment prouver ?

1) Montrer que ABCH est un losange et que AC = BH

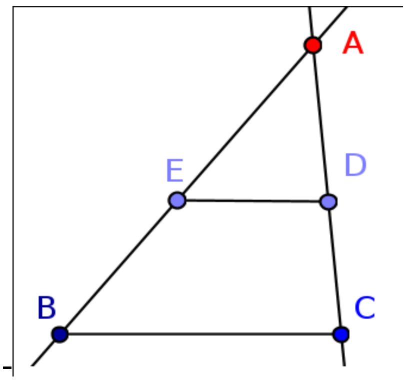
2) Montrer que ABCH est un rectangle et que AB = BC

Autres propriétés :

Théorème de Thalès et réciproque :



Figures types



1) Prouver que deux droites sont parallèles :

- Dire que les points D, A et C et les points E, A et B sont alignés dans le même ordre.

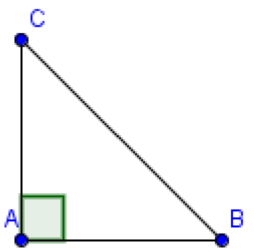
- Démontrer que : $\frac{AD}{AC} = \frac{EA}{AB} = \frac{DE}{BC}$ (deux égalités sur trois suffisent) et déduire que les droites sont parallèles via la réciproque de Thalès.

2) Calculer une longueur :

- Dire que les droites (DC) et (BE) sont sécantes en A et que (ED) est parallèles à (BC)

- D'après Thalès on a : $\frac{AD}{AC} = \frac{EA}{AB} = \frac{DE}{BC}$

Théorème de Pythagore et réciproque :



1) Prouver que deux droites sont perpendiculaires, qu'un angle est droite, qu'un triangle est rectangle…

Calculer $AB^2 + AC^2$ d'un coté puis calculer BC^2 d'autre part. Si $AB^2 + AC^2 = BC^2$ alors ABC est d'après la réciproque de Pythagore rectangle en A.

2) Calculer une longueur :

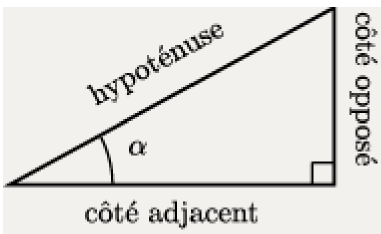
- Enoncer que ABC est rectangle en A

- D'après Pythagore :

$AB^2 + AC^2 = BC$

Trigonométrie (calcul de longueurs et d'angles dans un triangle rectangle)

Dans un triangle **rectangle**, pour un angle α (différent de l'angle droit) on a les relations suivantes (SOHCAHTOA).

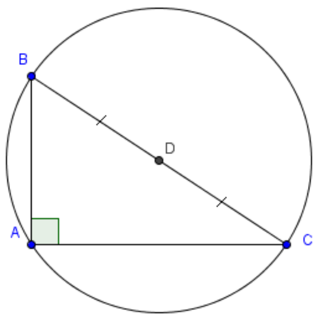


$$\cos\alpha = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\sin\alpha = \frac{\text{côté oppposé}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\text{côté oppposé}}{\text{côté adjacent}}$$

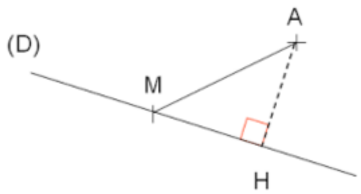
Triangle inscrit dans un cercle



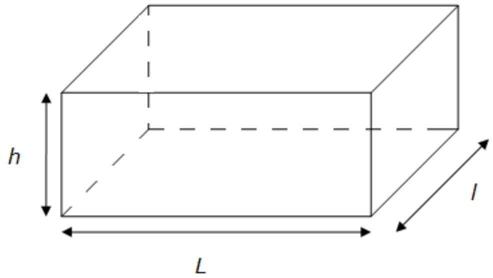
Si un triangle ABC est inscrit dans un cercle dont le diamètre est un des cotés du triangle, alors ce triangle est rectangle.

Projeté orthogonal d'un point sur une droite :

Le point H, projeté orthogonal de A sur la droite (D) est le point de (D) tel que (AH) est perpendiculaire à (D).



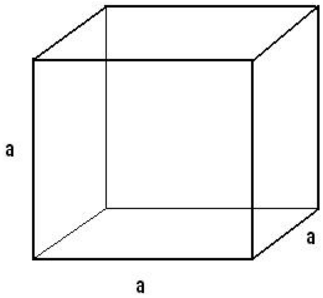
Figures remarquables de l'espace :



Parallélépipède rectangle (ou pavé).

Faces : 6 faces rectangulaires, les faces opposées sont parallèles.

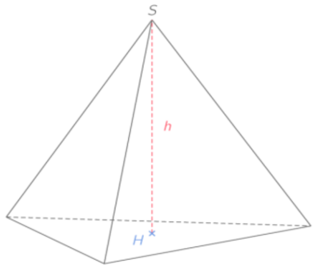
Volume : $V = h \times l \times L$



cube

Faces : 6 faces carrés, les faces opposées sont parallèles.

Volume : $V = a \times a \times a = a^3$

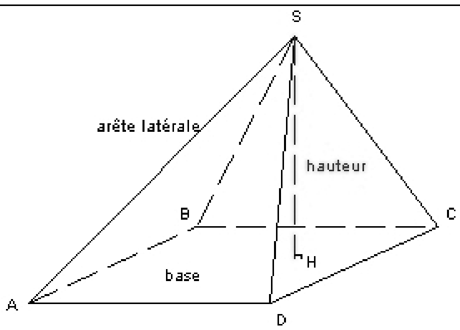


tétraèdre

C'est une pyramide dont la base est un triangle.

4 faces triangulaires.

Volume : $V = \frac{1}{3} \times Aire_{Base} \times hauteur$

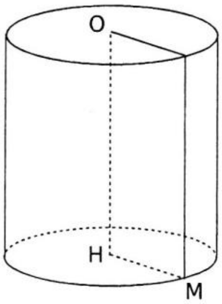


Pyramide (à base quelconque)

Base : Face du dessous qui peut être quelconque (octogone, rectangle, carré,…)

Faces : 1 + le nombre de cotés de la base. Ce sont tous des triangles.

Volume : $V = \frac{1}{3} \times Aire_{Base} \times hauteur$

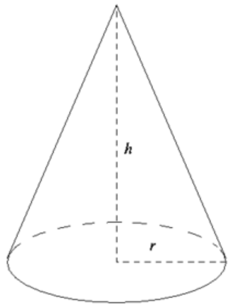


Cylindre de révolution

Base : circulaire

Génération : Un cylindre est généré par la rotation d'un rectangle autour de la hauteur OH.

Volume : $V = Aire_{Base} \times hauteur$

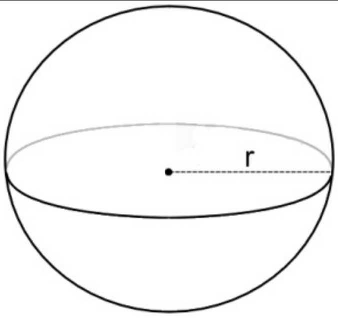


Cône de révolution

Base : circulaire

Génération : Un cylindre est généré par la rotation d'un triangle rectangle autour de la hauteur h

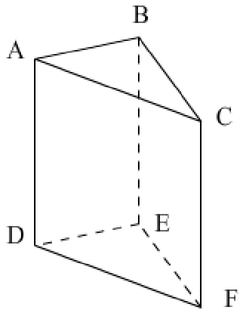
Volume : $V = \frac{1}{3} \times Aire_{Base} \times hauteur$



Sphère

Génération : rotation d'un cercle autour d'un diamètre de la sphère.

Volume : $V = \frac{4\pi}{3} r^3$

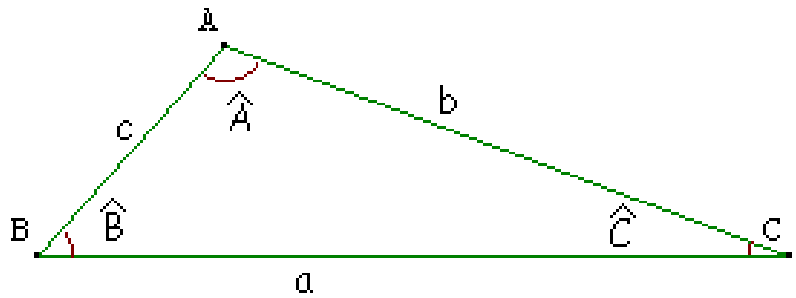


Prisme droit

Faces : deux face parallèles

Volume : $Aire_{Base} \times hauteur$

Théorème d'Al-Kashi :



Soit un triangle ABC avec AB = c, BC = a
et CA = b. On a les relations suivantes :
(1) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\ cos\hat{A}$
(2) $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\ cos\hat{B}$
(3) $c^2 = b^2 + a^2 - 2ba\ cos\hat{C}$

Aire d'un triange quelconque : $\frac{1}{2} \times a \times b \times sin\hat{C}$

Démonstrations : Le projeté du point M sur une droite *Δ* est le point de la droite *Δ* le plus proche du point M.
- Relation trigonométrique : $\cos^2(\mathrm{x}) + sin^2(x) = 1$

Méthodes (exercices) :

	Hachette	Hatier	Mes exos	Sesamaths	mathx
A) Nature d'un triangle ?	30,32	88-90	Ex 1	19,21	19,14
B) Nature d'un quadrilatère ?	21-22-19,52,60	71	Ex. 2	88	20-21
C) Droites remarquables	61 ,59		Ex. 3		15
D) Cercle et point ?		92, 97	Ex. 4		18
E) Parallélisme			Ex. 5	81	
F) Angle droit			Ex. 6		
G) Calculer des longueurs	27	33-34,26	Ex. 7	80	12,13,39
H) Calculer des angles	33,34	27,39,46,41	Ex. 8	87	
I) Calculer des aires/volume	24	94	Ex. 9	82,86	
Projeté	37-51	30,59-64	-	82 ,84-85	

Exercices de synthèse :

	Hachette	Hatier	Mes exos	Sesamaths	mathx
Problèmes ss coord	69,67,71,83,86,91,90,92	53,105-107,112-124	Ex. 10	83,91,92	28,29,31,30,35,40,41,44,51,54,55,56
Problèmes avec coord	57,63,64,87		Ex. 11	89-90	23,27,32-34
Vrai/Faux			poly		
QCM			poly		
Prise d'initiative			-		60
Approfondissement	74,75,76,81	110,107,115	-		58-59