REPRESENTATIONS PARAMETRIQUES ET EQUATIONS CARTESIENNES - COURS

Equation paramétrique d'une droite :

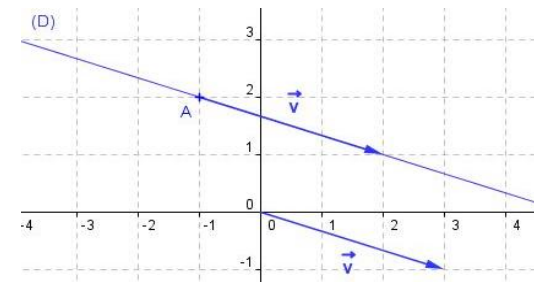
Conditions : il faut deux points **ou** un point et un vecteur directeur.

Soit $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ un vecteur directeur et $A(x_A\ ;\ y_A\ ;\ z_A)$ un point de (D)

L'équation de (D) est : $\begin{cases} \boldsymbol{x = at + x_A} \\ \boldsymbol{y = bt + y_A} \\ \boldsymbol{z = ct + z_A} \end{cases}$ avec t un réel

Si, on cherche les coordonnées de (AB), alors $\overrightarrow{AB}$ est un vecteur directeur de (AB)

Soient $A(x_A\ ;\ y_A\ ;\ z_A)$ et $B(x_B\ ;\ y_B\ ;\ z_B)$



Ci-dessus droite et vecteurs directeurs

Un point $M(x_M; y_M; z_M)$ appartient à une droite ssi le système

$x_M = at + x_A$

$y_M = bt + y_A$ admet une seule solution

$z_M = ct + z_A$

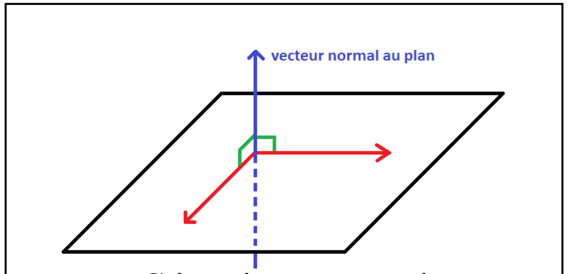
Tout vecteur colinéaire à un vecteur directeur est directeur.

Equation cartésienne d'un plan :

Soit $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ un vecteur normal et $A(x_A\ ;\ y_A\ ;\ z_A)$ un point du plan (P)

L'équation de (P) est : $\boldsymbol{ax + by + cz + d = 0}$ $d = -(ax_A + by_A + cz_A)$

Pour trouver les coordonnées d'un vecteur normal, on pose $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ on fixe une des coordonnées du vecteur et avec deux vecteurs non-colinéaires du plan $\vec{u}$ et $\vec{v}$ on cherche a et b tels que $\vec{u}.\vec{n} = 0$ et $\vec{v}.\vec{n} = 0$



Ci-dessus plan et vecteur normal

Un point $M(x_M; y_M; z_M)$ appartient à un plan ssi $ax_M + by_M + cz_M = 0$

Démonstration : Equation cartésienne du plan normal au vecteur $\vec{n}$ et passant par A

Approfondissements

Intersection de deux plans :

Soient deux plans (P) d'équation $ax + by + cz + d = 0$ et $\vec{n_1}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ un vecteur normal

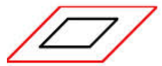
(P') d'équation $a'x + b'y + c'z + d' = 0$ et $\vec{n_2}\begin{pmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{pmatrix}$ un vecteur normal

$\vec{n_1}$ et $\vec{n_2}$ Colinéaires ? $\vec{n_1} = k\vec{n_2}$?

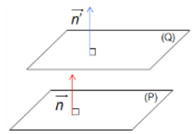
Oui

Prendre un point $M(x_M; y_M; z_M)$ de (P) et regarder si $a'x_M + b'y_M + c'z_M = 0$?

Oui

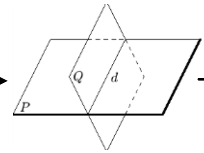


Non



Non

(P) et (P') se coupent selon une droite



Si $\vec{n_1}.\vec{n_2} = 0$ alors (P) et (P') orthogonales

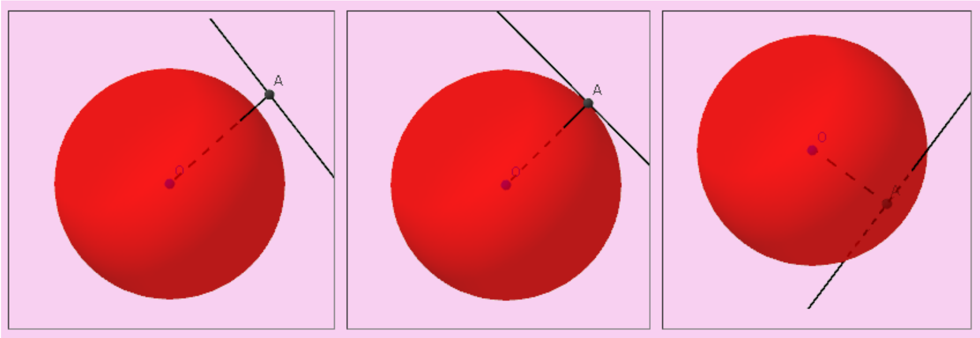
Déterminer un vecteur orthogonal à deux vecteurs non-colinéaires :

Procédure : Déterminer les coordonnées d'un vecteur orthogonal à deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

1) On pose $\vec{n}(a; b; 1)$ un vecteur normal de (ABC)

2) On chercher les valeurs de a et de b vérifiant le système : $\begin{cases} \vec{n}.\overrightarrow{AB} = 0 \\ \vec{n}.\overrightarrow{AC} = 0 \end{cases}$

Equation cartésienne d'une sphère :
L'équation cartésienne d'une sphère est :
$(x-x_\Omega)^2+(y-y_\Omega)^2+(z-z_\Omega)^2=R^2$
Avec $\Omega(x_\Omega;y_\Omega;z_\Omega)$ centre de la sphère et R, rayon de la sphère
Intersection d'une sphère et d'une droite :
On résout le système
$\begin{cases} \text{équation de sphère} \\ \text{équation de droite} \end{cases}$
Si le système n'a pas de solution : La sphère et la droite n'ont pas de point commun
Si le système a une solution : La droite est tangente à la sphère
Si le système a deux solutions : Deux points d'intersections



Méthodes (exercices) :

	Hachette	**Hatier**	**Mes exos**	**Sesamaths**
A) Déterminer une équation paramétrique de droite	1-9,55-57	33-35, 65-67,70	Ex. 1	Ex. 76
B) Déterminer une équation cartésienne de plan	17-26	29-30,46-54	Ex. 2	Ex. 77
C) Déterminer des coordonnées de projetés orthogonaux	59-62	36-37, 79-85	Ex. 3	Ex. 78
D) Position relative de droites	10-16	68,71-73	Ex. 4	Ex. 79
E) Position relative d'une droite et d'un plan	35-38	69,75	Ex. 5	Ex. 80

Exercices de synthèse :

	Hachette	**Hatier**	**Mes exos**	**Sesamaths**
Synthèse	68,74-80	104-105,111-115	Ex. 6	Ex. 81
Lieux		62		
Vrai/faux		64, 78, 92	Ex. 7	
Approfondissement		32,57-59,96-99,101-103	Ex.9	
QCM	73		Ex.8	
Algorithme		90-91		